Departamento de Administración de Empresas

"TÍTULOS DE DEUDA (FIXED INCOME SECURITIES): Rentabilidad y Riesgos"

Víctor Adrián Álvarez

D.T.: Nº 37

DICIEMBRE 2002

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

Este trabajo se realizó a efectos de ser utilizado en el curso optativo de Mercado de Capitales y Selección de Inversiones.
Su objetivo general es proporcionar una introducción a los principios del análisis de la rentabilidad y riesgos de los Títulos de Deuda, que incluya tanto los fundamentos teóricos como los aspectos prácticos que permitan su concreta implementación mediante la utilización de calculadoras con funciones financieras y/o la planilla de cálculo Excel.
Entre los objetivos específicos debe puntualizarse el de considerar las particularidades de títulos emitidos en la Argentina, que por supuesto no aparecen en la bibliografía usual en inglés. También, debido a la creciente globalización de los mercados, se presta especial atención al riesgo de cambio de las inversiones en bonos denominados en monedas distintas de la doméstica.
Asimismo se procura la posibilidad de un doble nivel de profundidad en la lectura: una básicamente operativa y otra, más profunda, que incluya los fundamentos matemático financieros de las técnicas que se estudian; a tal efecto en la primera lectura puede omitirse el material en letra cursiva.

Diciembre de 2002.

1 Medidas de rentabilidad

En el Documento anterior* se supusieron dados como datos los flujos de fondos generados por un bono hasta la fecha de su vencimiento y, conocida una tasa de interés requerida por el inversor se determinó el precio teórico de ese bono a efectos de compararlo con su precio de mercado con el fin de tomar una decisión de inversión en el mismo. En el presente Documento, partiendo de los mismos datos referentes a los flujos, y conocido el precio de mercado del bono, se procederá a determinar una tasa de rentabilidad de la inversión en ese bono, a efectos de compararla con una tasa requerida para fundamentar una decisión de inversión. En resumen, aparte de los flujos y plazo hasta el vencimiento, antes el dato era la tasa de interés y la incógnita el precio. En lo que sigue se revierte el proceso y partiendo del precio como dato se verán las maneras de determinar una tasa de interés.

Previo al detalle de los distintos tipos de tasas que son comúnmente utilizadas para medir la rentabilidad de un bono, es conveniente realizar una breve exposición acerca del concepto más general de **tasa de rentabilidad asociada a la tenencia de un activo durante un determinado período de tiempo.**

1.1 Tasa de rentabilidad de un activo durante un período.

Considérese el período comprendido entre los momentos t = 0 y t = 1, que el valor del activo al comienzo es P_0 y al final es P_1 y, además, que el activo no genera flujos de fondos durante el período. En ese caso se define la tasa de rentabilidad de ese activo, durante el período considerado, como:

$$\text{TASA}(0;1) = \frac{P_1 - P_0}{P_0} = \frac{P_1}{P_0} - 1 \qquad (1)$$

* Ver Alvarez, V. A. y Fernández Molero, D., "Títulos de Deuda (Fixed Income Securities) Aspectos Básicos y Valuación", Documento de Trabajo Docente Nº 13, Cátedra Mercado de Capitales y Selección de Inversiones, Departamento de Administración, Universidad de San Andrés, Diciembre 2000.

EJEMPLO 1: Se compra en un banco un certificado de depósito a plazo fijo por 30 días en \$ 1.000 y en el mismo se estipula que en la fecha de vencimiento la entidad pagará al titular del certificado un importe de \$ 1.015. En ese caso se tiene que t=0 es la fecha de compra del certificado, t=1 es la fecha de vencimiento a los 30 días, P_0=1.000 y P_1=1.015. La tasa de rentabilidad del certificado, para el período de 30 días considerado, es según (1):

$$\text{TASA}(0;1) = \frac{1.015 - 1.000}{1.000} = 0{,}0150 \text{ por 30 días (1,5\% mensual)}$$

EJEMPLO 2: Un bono "cero cupón" al que le restan dos años para su vencimiento tiene un valor nominal de \$ 10.000 y hoy su precio de mercado es de \$ 8.547. Utilizando (1) se puede calcular la tasa de rentabilidad prometida del bono haciendo t=0 la fecha actual, t=1 la fecha de vencimiento dentro de dos años, P_0 = 8.547 y P_1 = 10.000:

$$\text{TASA}(0;1) = \frac{10.000 - 8.547}{8.547} = 0{,}17 \text{ por dos años (17\% bianual)}$$

Si se elimina el supuesto que el activo no genere flujos de fondos durante el período y **se denomina F_1 al valor en t=1 de los flujos producidos durante el período**, entonces puede generalizarse (1) mediante:

$$\text{TASA}(0;1) = \frac{P_1 + F_1 - P_0}{P_0} = \frac{P_1 + F_1}{P_0} - 1 \qquad (2)$$

EJEMPLO 3: Un bono de valor nominal \$1.000, con amortización total al vencimiento y cupones del 10% nominal anual pagaderos los días 1 de agosto de cada año, es comprado el 1 de febrero de un determinado año a \$1.050 y vendido el 1 de febrero del año siguiente a \$1.034. Supóngase que el cupón de \$100 percibido el 1 de agosto se colocó en un plazo fijo al 12,5% nominal anual, con vencimiento el 1 de febrero del año siguiente (184 días de plazo). Para calcular la tasa de rentabilidad de la inversión durante el período de tenencia mediante (2), nótese que t=0 es la fecha de compra, t=1 la de venta, P_0 = 1.050 (precio de compra) y P_1 = 1.034 (precio de venta). El flujo de 100 originado el 1 de agosto por el pago del cupón, tiene el 1 de febrero del año siguiente (t=1) un valor de:

$$F_1 = 100\left(1 + \frac{0{,}125x184}{365}\right) = 106{,}30$$

Finalmente:

$$TASA(0;1) = \frac{1.034+106{,}30-1.050}{1.050} = 0{,}0860 \text{ (8,60\% anual)}$$

En los ejemplos anteriores se expresó la tasa de rentabilidad con referencia al período de tenencia: 30 días en el N°1, dos años en el N°2 y uno en el N°3. Lo corriente es expresar las tasas de rendimiento con referencia a un período estándar (generalmente el año), independientemente del tiempo de tenencia. Si "q" es el número de períodos (puede ser una fracción de período) que abarca el tiempo de tenencia, entonces la **tasa efectiva periódica** de rentabilidad que corresponde a ese lapso es:

$$TE(0;q) = r'(0;q) = \left(\frac{P_q + F_q}{P_0}\right)^{1/q} - 1 \qquad (3)$$

donde:

- $r'(0;q)$: tasa efectiva periódica de rentabilidad en el tiempo que va de t=0 a t=q.
- P_0 : precio del activo en t=0.
- P_q : precio del activo en t=q
- F_q : valor en t=q de los flujos originados por el activo durante el tiempo que va de t=0 a t=q.

La fórmula (3) es equivalente a la siguiente:

$$P_0[1 + r'(0;q)]^q = P_q + F_q \qquad (4)$$

La fórmula (4) muestra que si se coloca un valor presente P_0, igual al precio del activo en t=0, durante q períodos a la tasa periódica r'(0;q) de interés compuesto, se obtiene al final de la operación un valor futuro P_q+F_q, igual al precio del activo en t=q más el valor en ese momento de los flujos producidos durante el lapso que va de t=0 a t=q.

La definición (3) y la fórmula equivalente (4) corresponden a un régimen financiero de interés compuesto con capitalización periódica. En algunas oportunidades es conveniente, por razones teóricas, utilizar el régimen de capitalización continua. En ese caso (3) y (4) se transforman en:

$$\rho = \ln\left(\left[\frac{P_q + F_q}{P_0}\right]^{1/q}\right) \qquad (3)^*$$

$$P_0.e^{\rho q} = P_q + F_q \qquad (4)^*$$

donde “ρ“(rho) es la tasa periódica de interés contínuo equivalente a r’(0;q).

La elección del sistema de capitalización es teóricamente irrelevante por cuanto a (4) y (4) corresponden exactamente los mismos flujos de fondos. De esas fórmulas se deduce:*

$$1 + r'(0;q) = e^{\rho} \qquad (4)^{**}$$

o, lo que es igual:

$$\rho = \ln[1 + r'(0;q)] \qquad (4)^{***}$$

pudiéndose, en consecuencia, expresar las tasas efectiva y contínua una en función de la otra.

EJEMPLO 4: Si se desea calcular la tasa efectiva de rentabilidad **anual** correspondiente a cada uno de los tres ejemplos previos, se tiene:

a) para el ejemplo 1 es q=30/365, P_0=1.000, P_q=1.015 y F_q=0. Reemplazando estos valores en (3), resulta:

$$r'(0;30/365) = \left(\frac{1.015}{1.000}\right)^{365/30} - 1 = 0,1986 \quad (19,86\%\ \text{anual})$$

Puede verificarse, usando (4), que $1.000(1+0,1986)^{30/365} = 1015$

Con calculadora financiera:

30/365		-1.000	0	1.015
===	===	===	===	===
n	i	P V	PMT	F V
===	===	===	===	===
	19,86			

b) para el ejemplo 2 es q = 2, resultando:

$$r'(0;2) = \left(\frac{10.000}{8.547}\right)^{1/2} - 1 = 0,0817 \quad (8,17\%\ \text{anual})$$

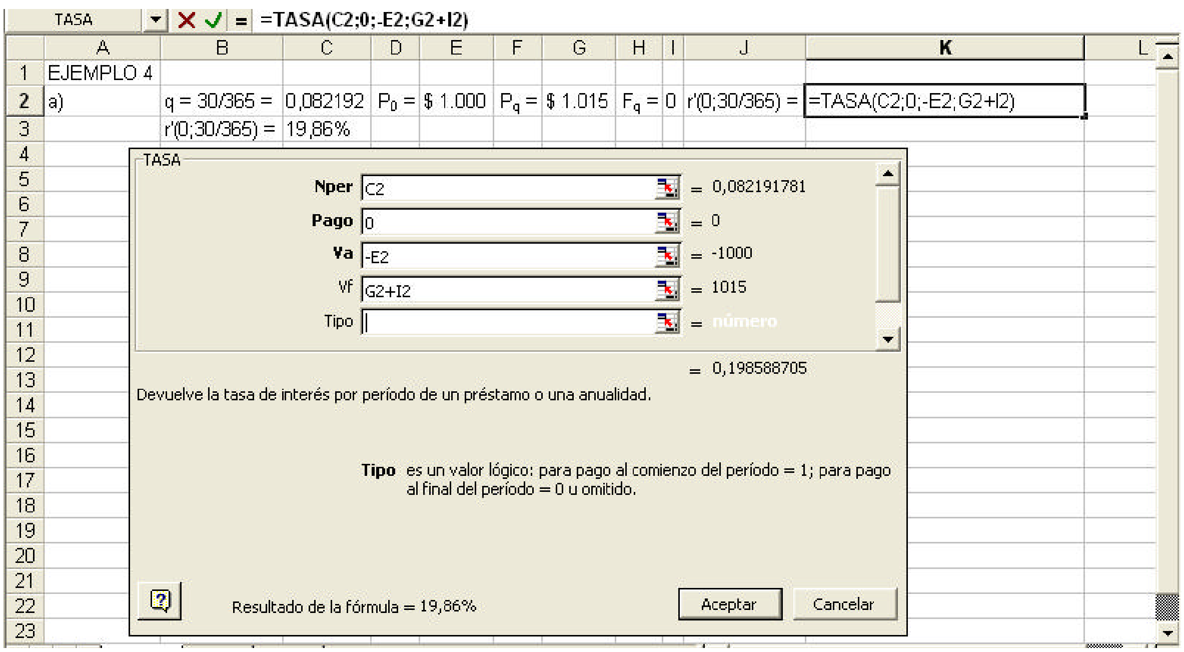
Con calculadora financiera:

2		-8.547	0	10.000
===	===	===	===	===
n	i	P V	PMT	F V
===	===	===	===	===
	8,17			

c) en el ejemplo 3 el tiempo de tenencia coincide con el período de la tasa y, en consecuencia es q=1:

$$r'(0;1) = \frac{1.034 + 106,30}{1.050} - 1 = 0,0860 \quad (8,60\% \text{ anual})$$

Si se usa una planilla de cálculo Excel, entonces puede realizarse el cómputo mediante la función financiera TASA, según se muestra a continuación, a modo de ejemplo, para el inciso a):



*Para los mismos tres ejemplos previos es posible calcular la tasa anual de interés contínuo equivalente a la efectiva anual utilizando (4)*** o bien usar (3)* si se quiere hacer el cálculo sobre la base de flujos de fondos y años de duración de la operación:*

a)* $\rho = \ln(1 + 0,1986) = 0,1812 \quad (18,12\% \text{ anual})$

o bien:

$$\rho = \ln[(1.015/1.000)^{365/30}] = 0,1812$$

Verificación:

$$1.000e^{0,1812(30/365)} = 1.015$$

b)* $\rho = \ln(1 + 0{,}0817) = 0{,}0785$ *(7,85% anual)*

Verificación:

$$8.547e^{0,0785\times 2} = 10.000$$

c)* $\rho = \ln(1 + 0{,}0860) = 0{,}0825$ *(8,25% anual)*

Verificación:

$$1.050e^{0,0825} = 1.140,30 = 1.034 + 106,30$$

1.2 Análisis de las fuentes de rentabilidad.

La fórmula (2) que permite calcular en forma general la tasa de rentabilidad de un activo durante un período, la que suele denominarse **tasa de rendimiento total**, puede ser expresada como:

$$\text{TASA }(0;\,1) = \frac{P_1 - P_0}{P_0} + \frac{F_1}{P_0} \qquad (5)$$

El primer sumando es la **tasa de rendimiento del capital** (mide la variación relativa en el precio del activo durante el período, es decir las ganancias o pérdidas de capital), mientras que el segundo es la **tasa de rendimiento asociada a los flujos de fondos** producidos por el activo (mide la rentabilidad de esos flujos con relación al precio de adquisición del activo). A su vez esta última tasa suele ser dividida en dos componentes:

$$\frac{F_1}{P_0} = \frac{\text{Flujos Percibidos}}{P_0} + \frac{\text{Int. Reinversión}}{P_0} \qquad (6)$$

La primera componente mide el rendimiento sobre la inversión inicial atribuible al **importe percibido de los flujos** de fondos producidos por el activo, mientras que la segunda capta la parte del rendimiento originada por los intereses ganados mediante la **reinversión** de esos flujos desde la fecha en que se reciben hasta la finalización del período.

En resumen, es posible analizar el rendimiento total de un activo calculando la rentabilidad que corresponde atribuir a cada una de las tres fuentes mencionadas: ganancias o pérdidas de capital, ingresos por flujos percibidos y renta originada por la reinversión de esos flujos.

EJEMPLO 5: En el ejemplo 3 se determinó el rendimiento total (8,60% anual) de un bono cuyas características fueron especificadas. A efectos de calcular la rentabilidad atribuible a cada una de las tres fuentes, nótese que el precio de compra es P_0=$1.050, el de venta P_1=$1.034, el importe del flujo percibido (cupón) es de $100 y los intereses ganados por la reinversión de ese importe hasta el fin del período ascienden a $6,30. Se tiene entonces:

$$\text{Rent. del capital} = \frac{P_1 - P_0}{P_0} = \frac{1034-1050}{1050} = -0{,}0152 (-1{,}52\% \text{ anual})$$

$$\text{Rent. de flujos} = \frac{\text{Flujo Perc.}}{P_0} = \frac{100}{1050} = 0{,}0952\ (9{,}52\% \text{ anual})$$

$$\text{Rent.reinvers.} = \frac{\text{Int. Reinv.}}{P_0} = \frac{6{,}30}{1050} = 0{,}0060\ (0{,}60\% \text{ anual})$$

Tasa de rendimiento total = 0,0860 (8,60% anual)

1.3 Tasas de rendimiento ex-ante y ex-post.

La rentabilidad de una inversión en un activo financiero sólo puede conocerse con certeza a la finalización del período de tenencia del activo, ya que los valores de P_1 y D_1 que figuran en las fórmulas anteriores no son conocidos hasta ese momento. También se desconoce en la fecha de compra el valor de los flujos y/o los ingresos que producirá la reinversión de los mismos.

Las tasas de rentabilidad calculadas al final del período de tenencia son tasas ex-post que permiten medir a posteriori el rendimiento de una inversión y eventualmente hacer una comparación con el rendimiento que se esperaba obtener al realizar la misma. Precisamente ese rendimiento esperado o prometido es el que se tiene en cuenta en el momento de decidir una inversión.

Si en las fórmulas anteriores se hace, en el momento de compra (t = 0), una estimación de los valores de las variables que figuran en ellas, entonces las tasas calculadas son ex-ante y deberían interpretarse como valores esperados de una variable aleatoria. Entonces las tasas de rendimiento ex-ante deben entenderse como pronósticos más o menos adecuados del valor de las tasas ex-post y debe quedar claro que como todo pronóstico acerca de un evento incierto, es probable que el rendimiento esperado no coincida con el efectivamente realizado.

1.4 Tasa del Cupón y Rendimiento Corriente.

La tasa del cupón definida en el Documento previo* es un porcentaje fijo (para los bonos típicos) sobre el valor nominal y como tal no es una apropiada medida de rendimiento por cuanto no toma en cuenta el valor de mercado del bono. Los inversores suelen hacer referencia al **rendimiento corriente** de un bono, valor que es habitualmente informado en las publicaciones especializadas y que se define como el cociente entre el importe nominal de los pagos anuales en concepto de cupones y el precio de mercado del bono.

$$RC = \frac{iN}{PM} \qquad (7)$$

donde:

RC: rendimiento corriente
i: tasa nominal anual del cupón
N: valor nominal
PM: precio de mercado

EJEMPLO 6: La tasa de rendimiento corriente en la fecha de compra del bono del ejemplo 3 es:

$$RC = \frac{iN}{PM} = \frac{0,10x1.000}{1.050} = 0,0952 \quad (9,52\% \text{ anual})$$

Si bien el rendimiento corriente es mejor medida de rentabilidad que la tasa del cupón al tomar en cuenta el precio de mercado del bono en lugar de su valor nominal, es técnicamente inapropiado por cuanto de las tres fuentes de rentabilidad mencionadas en 1.2, sólo toma en consideración la atribuible a los flujos de fondos, dejando de lado tanto el rendimiento del capital como el de las rentas producidas por la reinversión del importe del cupón (véase ejemplo 5).

---

* Ver Alvarez, V. A. y Fernández Molero, D., “Títulos de Deuda (Fixed Income Securities) Aspectos Básicos y Valuación”, Documento de Trabajo Docente Nº 13, Cátedra Mercado de Capitales y Selección de Inversiones, Departamento de Administración, Universidad de San Andrés, Diciembre 2000.

1.5 Tasa interna de rentabilidad (TIR) o rendimiento hasta el vencimiento.

La tasa interna de rentabilidad de un activo se define como aquélla tasa de descuento que iguala el valor actual de los flujos de fondos que producirá el mismo con su precio de mercado. Formalmente es el valor de "k" que resuelve la siguiente ecuación:

$$PM = \sum_{t=1}^{n^*} \frac{F_t}{(1+k)^t} = \sum_{t=1}^{n^*} F_t(1+k)^{-t} \qquad (8)$$

Donde PM: Precio de mercado del activo
F_t: Flujo valuado al final del período t.
n^*: Número de períodos que le restan a la vida del activo

Nótese la analogía con la fórmula (1)[*] del Documento previo. La diferencia estriba en que antes la incógnita era el precio (PT) y la tasa (k) un dato, mientras que ahora el precio (PM) es dato y la incógnita es la tasa (k).

La tasa interna de rentabilidad con capitalización contínua es el valor de κ que resulta ser una solución de la ecuación:

$$PM = \sum_{t=1}^{n^*} F_t . e^{-\kappa t} \qquad (8)^*$$

El cálculo efectivo de la TIR se realiza mediante calculadoras con funciones financieras o bien con programas adecuados en un computador.

Se trata de una tasa ex-ante que sólo coincidirá con la tasa de rendimiento ex-post en el caso en que todos los flujos se reinviertan a esa misma tasa desde el momento de su percepción hasta el fin de la vida del activo.

En el caso de un bono típico, la TIR nominal anual, **calculada en la fecha de emisión o de pago de un cupón**, es la solución de la siguiente ecuación, que es caso particular de (8):

$$PM = \sum_{t=1}^{nm-1} \frac{Ni/m}{(1 + TIR/m)^t} + \frac{N(1 + i/m)}{(1 + TIR/m)^{nm}} \qquad (9)$$

donde PM: Precio de mercado del bono
n : Número de años hasta el vencimiento
m : Número de cupones que se pagan por año
N : Valor nominal del bono
i : Tasa del cupón
TIR: Tasa interna de rentabilidad nominal anual (incógnita a determinar)

[*] Alvarez, V. A. y Fernández Molero, D, “Títulos de Deuda (Fixed Income Securities)..., op. cit.

EJEMPLO 7: En la fecha se puede comprar en el mercado por \$909 un bono típico de valor nominal \$ 1.000, que paga cupones semestralmente a una tasa del 10% nominal anual y al que le restan exactamente tres años para su vencimiento. El rendimiento hasta el vencimiento prometido por este bono (TIR nominal anual) es, según (9), la solución de la ecuación:

$$909 = \sum_{t=1}^{5} \frac{50}{(1 + TIR/2)^{t}} + \frac{1.000 \times 1{,}05}{(1 + TIR/2)^{6}}$$

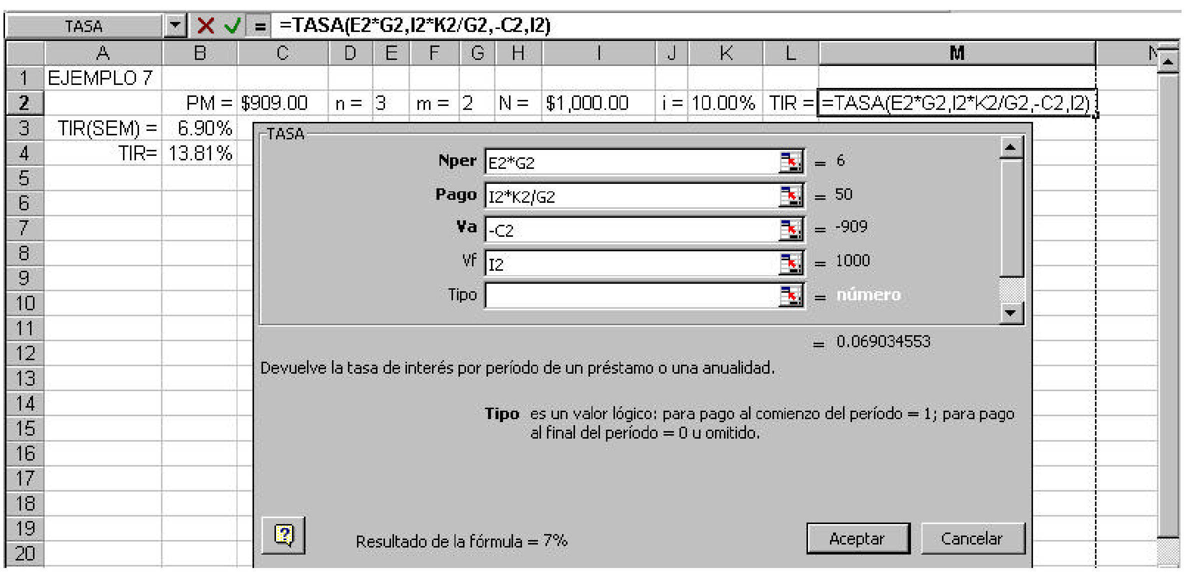
ya que, en este caso, se tiene:

PM = 909; n = 3; m = 2; N = 1.000; i = 0,10

Con una calculadora financiera puede calcularse efectivamente la solución así:

6		-909	50	1.000
===	===	===	===	===
n	i	P V	PMT	F V
===	===	===	===	===
	6,9035			

Si se usa una planilla de cálculo Excel, entonces puede realizarse este cálculo mediante la función financiera TASA:



El valor obtenido de 6,9035% es la tasa interna de rentabilidad efectiva semestral, pues los períodos de capitalización considerados en la ecuación son semestres. En consecuencia, de acuerdo al uso en los mercados internacionales, debe multiplicárselo por dos para obtener la tasa nominal anual:

TIR = 6,9035x2 = 13,81% nominal anual

Si no se dispone de una calculadora financiera o una PC, puede calcularse aproximadamente la TIR nominal anual hasta el vencimiento mediante una sencilla fórmula que sacrifica exactitud pero permite un cálculo rápido y fácil. La idea básica es relacionar el flujo promedio producido por el bono con la inversión promedio realizada en el mismo, donde:

Flujo promedio = Cupón anual + Amortización lineal periódica de las ganancias o pérdidas de capital.
Amortización periódica = Ganancia o pérdida de capital ÷ años hasta el vencimiento.
Inversión promedio = (Precio compra + Val.nominal) ÷ 2

En símbolos:

$$TIR \cong \frac{mC + (N - PM)/n}{(PM + N)/2} \qquad (10)$$

EJEMPLO 8: El cálculo aproximado de la tasa de rendimiento hasta el vencimiento del bono típico del ejemplo 7 mediante la fórmula (10) es:

$$TIR \cong \frac{2x50 + (1000 - 909)/3}{(909 + 1000)/2} = 0{,}1365 \text{ (13,65\% nominal anual)}$$

valor bastante parecido al calculado mediante (9) pues tiene solamente el 1,16% de error relativo.

Debe puntualizarse que el rendimiento hasta el vencimiento (TIR) es una medida de rentabilidad que **solamente es representativa en el caso de la estrategia de inversión consistente en comprar el bono, mantenerlo en cartera hasta su vencimiento y, además, reinvertir los fondos generados por los cupones, por el período restante hasta el vencimiento, a una tasa igual a la TIR**. En efecto, con referencia al bono de los ejemplos 7 y 8, si se coloca un importe igual a su precio de compra en una inversión alternativa que produzca una tasa de rentabilidad del 13,81% nominal anual con capitalización semestral de intereses, entonces al fin de tres años (seis semestres) se obtendrá un monto de $1.356,91.

$$909(1 + 0{,}1381/2)^6 = 1.356{,}91$$

Por otra parte, adquiriendo el bono y siguiendo la estrategia mencionada, se logra acumular:

Cobro y reinversión cupón 1:	$50(1 + 0{,}1381/2)^5$	=	69,81
" " " " 2:	$50(1 + 0{,}1381/2)^4$	=	65,32
" " " " 3:	$50(1 + 0{,}1381/2)^3$	=	61,09
" " " " 4:	$50(1 + 0{,}1381/2)^2$	=	57,14
" " " " 5:	$50(1 + 0{,}1381/2)$	=	53,45
Cobro cupón 6 y val.nominal:	50 + 1.000	=	1.050,00
	MONTO TOTAL ACUMULADO	=	1.356,81

que coincide con el valor anterior salvo una pequeña diferencia por redondeo de decimales.

Es evidente que si no se mantiene el bono en cartera hasta su vencimiento o bien si no se logra reinvertir los flujos a una tasa igual a la TIR, entonces el monto acumulado variará, con lo que la tasa de rendimiento al vencimiento prometida será diferente de la tasa ex-post efectivamente realizada.(Se analiza este tema más adelante en 1.9).

Si en lugar de medir los rendimientos en términos nominales, se lo hace en términos efectivos, entonces puede calcularse una **tasa interna de rentabilidad efectiva anual (TIREA)**, mediante la fórmula:

$$TIREA = (1 + TIR/m)^m - 1 \qquad (11)$$

EJEMPLO 9: La tasa interna de rentabilidad efectiva anual del bono del ejemplo 7 es:

$$TIREA = (1 + 0{,}1381/2)^2 - 1 = 0{,}1429 \quad (14{,}29\%)$$

que por supuesto es superior al rendimiento al vencimiento (TIR)

1.6 Relaciones que involucran el rendimiento hasta el vencimiento (TIR).

Se ha hecho notar que la tasa del cupón no es una adecuada medida del rendimiento prometido por un bono, ya que está referida al valor nominal cuando debiera basarse en el precio de compra (PM). En ese aspecto hay una mejora al considerar el rendimiento corriente, pero esta medida dista mucho de ser representativa por cuanto sólo refleja la rentabilidad de los flujos (cupones), dejando de lado la originada tanto en la reinversión de los mismos como aquélla debida a las pérdidas o ganancias de capital (véase 1.2 y 1.4). El análisis de la fórmula (9) y las consideraciones realizadas en 1.5 muestran que la TIR hasta el vencimiento toma en cuenta las tres fuentes de rentabilidad mencionadas en 1.2 y en consecuencia es una medida de rendimiento prometido superior a las otras dos. A continuación se tratarán algunas relaciones entre las tres medidas de rentabilidad definidas hasta este punto.

En 3.1* del Documento anterior se mostró que el precio teórico y el rendimiento requerido están inversamente relacionados (véase Fig.11 de ese Documento)*. Puesto que las fórmulas(4)* del Documento previo y (9) del presente son formalmente idénticas, puede advertirse que la relación entre precio de mercado y tasa interna de rentabilidad hasta el vencimiento es también inversa. Resulta entonces el siguiente principio general:

Las tasas y los precios de mercado varían en direcciones opuestas.

También se mostró en 3.1* cuál es la relación entre rendimiento requerido y tasa del cupón, según que la cotización del bono sea sobre, bajo o a la par. De las consideraciones precedentes se deduce que la misma relación se verifica entre TIR e "i".

En lo que concierne a la relación entre la tasa interna de rentabilidad hasta el vencimiento y el rendimiento corriente, es fácil comprobar que si el bono cotiza a la par entonces ambas son iguales. En efecto, de PM = N se deduce, aplicando la fórmula (7), que:

$$RC = \frac{iN}{PM} = \frac{iN}{N} = i$$

En forma análoga puede verificarse que si el bono cotiza sobre (bajo) la par entonces el rendimiento corriente es menor (mayor) que la tasa del cupón.

En general es posible demostrar que se cumplen las siguientes relaciones entre las tres medidas de rentabilidad, según que el bono cotice:

Sobre la par	, entonces	$i > RC > TIR$
A la par	, entonces	$i = RC = TIR$
Bajo la par	, entonces	$i < RC < TIR$

EJEMPLO 10: El bono a que se refiere el ejemplo 7 está cotizado bajo la par ya que PM = 909. Su tasa de rendimiento corriente es RC = 100/909 = 0,11. Nótese que se verifica la relación entre las tasas del cupón, de rendimiento corriente y de rentabilidad hasta el vencimiento correspondiente al caso de bonos cotizados bajo la par:

$$i = 0{,}10 \;<\; RC = 0{,}11 \;<\; TIR = 0{,}1381$$

Si este bono cotizara sobre la par, por ejemplo PM = 1.100, entonces puede calcularse su tasa interna de

* Alvarez, V. A. y Fernández Molero, D, "Títulos de Deuda (Fixed Income Securities)..., op. cit.
.

rendimiento hasta el vencimiento mediante el procedimiento previamente descripto:

6		-1.100	50	1.000
n	i	P V	PMT	F V
	0,03145			

con lo que resulta: TIR = 0,03145x2 = 0,0629

También puede calcularse el rendimiento corriente: RC = 100/1.100 = 0,0909, y puede verificarse que:

$$i = 0{,}10 \;>\; RC = 0{,}0909 \;>\; TIR = 0{,}0629$$

Se deja al lector constatar que si la cotización fuera a la par entonces las tres tasas de rentabilidad son iguales.

1.7 Métodos de cálculo de la tasa de rendimiento hasta el vencimiento (TIR).

En 1.5 se presentó la noción de tasa de rendimiento hasta el vencimiento y en el apartado siguiente diversos conceptos vinculados. Sin embargo, la fórmula (9) y las técnicas explicadas y utilizadas en los ejemplos para el cálculo de la TIR, sólo son válidas en el caso en que se trate de la fecha de emisión o pago de un cupón. Si la fecha no cumple la citada condición y/o el bono no es típico (p.ej. existen amortizaciones parciales; la tasa del cupón es flotante; etc.), entonces deben desarrollarse metodologías adecuadas a cada uno de los casos.

En lo que sigue se expondrán algunas de estas metodologías y casos.

a) TIR de un bono típico en una fecha arbitraria.

Quizá el caso más común es el de un bono típico cuya TIR hasta el vencimiento debe calcularse en una fecha "t" que no es de emisión ni de pago de cupón (véase Fig.6 del capítulo previo). Debe plantearse una ecuación formalmente similar a (9)[*] de ese capítulo, pero en la que el precio (PM) es dato y la tasa (TIR) es la incógnita.

$$PM = \left[\sum_{j=1}^{nm-1} \frac{Ni/m}{(1 + TIR/m)^{j}} + \frac{N(1 + i/m)}{(1 + TIR/m)^{nm}} \right](1 + TIR/m)^{d1/d2} \qquad (12)$$

donde los símbolos ya han sido definidos y "n" representa el número de años hasta el vencimiento contados desde el momento "h",de pago del último cupón previo a la fecha "t" de evaluación.

EJEMPLO 11: En el ejemplo 7 se calculó la TIR de un bono típico en una fecha de pago de cupón exactamente tres años antes de su vencimiento. Se desea evaluar la TIR del mismo bono en una fecha sesenta días posterior a la anterior, suponiendo que en esa fecha su precio de mercado es $ 910.

Si se dispone de una calculadora financiera con un programa para bonos (véase 2.5 del capítulo anterior)*, entonces puede realizarse el cálculo en forma simple sin más que introducir una serie de datos que el programa requiere, como p.ej. fechas de la operación y de vencimiento del bono, tasa del cupón y frecuencia de pago de cupones indicando si se considera el año comercial de 360 días o el real de 365 y, finalmente, el precio del bono. Para este último dato, de acuerdo a lo expresado en el mencionado apartado, resulta que en el caso de este ejemplo los intereses devengados son $ 16,67, con lo que el precio ajustado es:

$$PA = 910{,}00 - 16{,}67 = 893{,}33$$

por cada $1.000 de valor nominal. Finalmente, una vez introducidos todos los datos, el programa calcula:

$$TIR = 14{,}72\ \%\ \text{nominal anual}$$

Si no se dispone de un programa específico para bonos pero se tiene acceso a un programa para resolución de ecuaciones, entonces también es factible una solución. Para ello el único requisito es la capacidad de escribir la ecuación a resolver que debe introducirse en el programa. En el caso de este ejemplo, la fórmula (12) deviene en la siguiente ecuación:

$$910=\left[\sum_{j=1}^{5}\frac{50}{(1+TIR/2)^{j}}+\frac{1.050}{(1+TIR/2)^{6}}\right](1+TIR/2)^{60/180} \quad (13)$$

Desde ya que la solución coincide con el valor ya determinado por otro método: TIR = 14,72%.

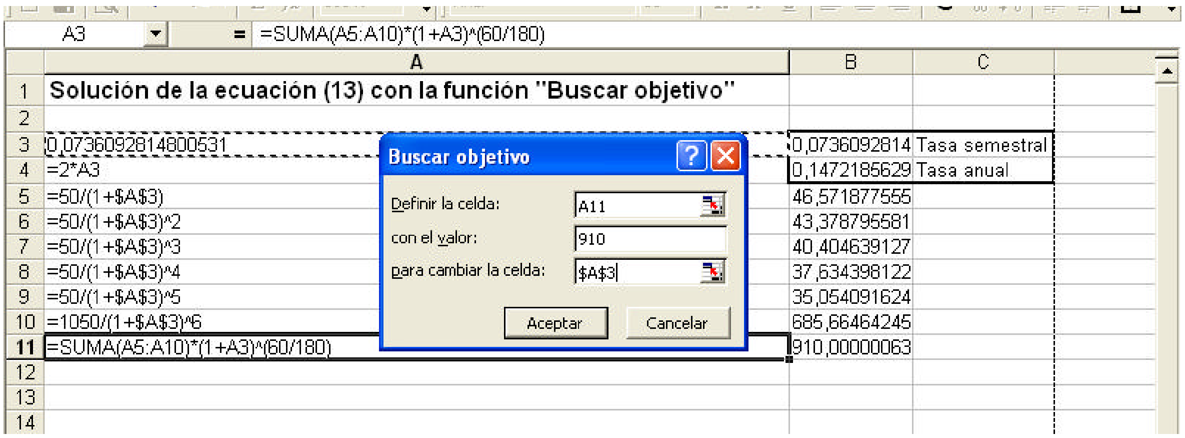
Cualquier ecuación equivalente a (13) podría ser utilizada en lugar de la misma. Así, por ejemplo, de (7) en el capítulo anterior* resulta:

$$910=[100/TIR + 1000(1+ TIR/2)^{-6}(1- 0{,}1/TIR)](1+ TIR/2)^{1/3} \quad (14)$$

cuya solución es obviamente la misma que la anterior.

Con la planilla Excel puede usarse la función “Buscar Objetivo”:

* Alvarez, V. A. y Fernández Molero, D, “Títulos de Deuda (Fixed Income Securities)..., op. cit.



Finalmente, si no se dispone de programas para bonos o resolución de ecuaciones, puede intentarse una solución por aproximaciones sucesivas. A tal efecto, en cualquiera de las fórmulas (13), (14), o en la ecuación apropiada que se haya elegido, se asigna un valor tentativo a la variable TIR y se determina el precio correspondiente para ese valor. Si es mayor que 910, entonces el valor asignado a la TIR fue menor que el correcto y en consecuencia se hará un nuevo intento con un valor mayor. Así sucesivamente hasta alcanzar el grado de precisión deseado. Por ejemplo si se comienza por TIR = 13,81%, que es el valor determinado en el ejemplo 20, entonces resulta, utilizando del capítulo anterior la fórmula (9)[*1], un precio de:

$$909(1 + 0,1381/2)^{60/180} = 929,46$$

Este valor es mayor que $910 y en consecuencia deberá intentarse con una TIR mayor. Si, por ejemplo, se hace TIR = 15%, resulta:

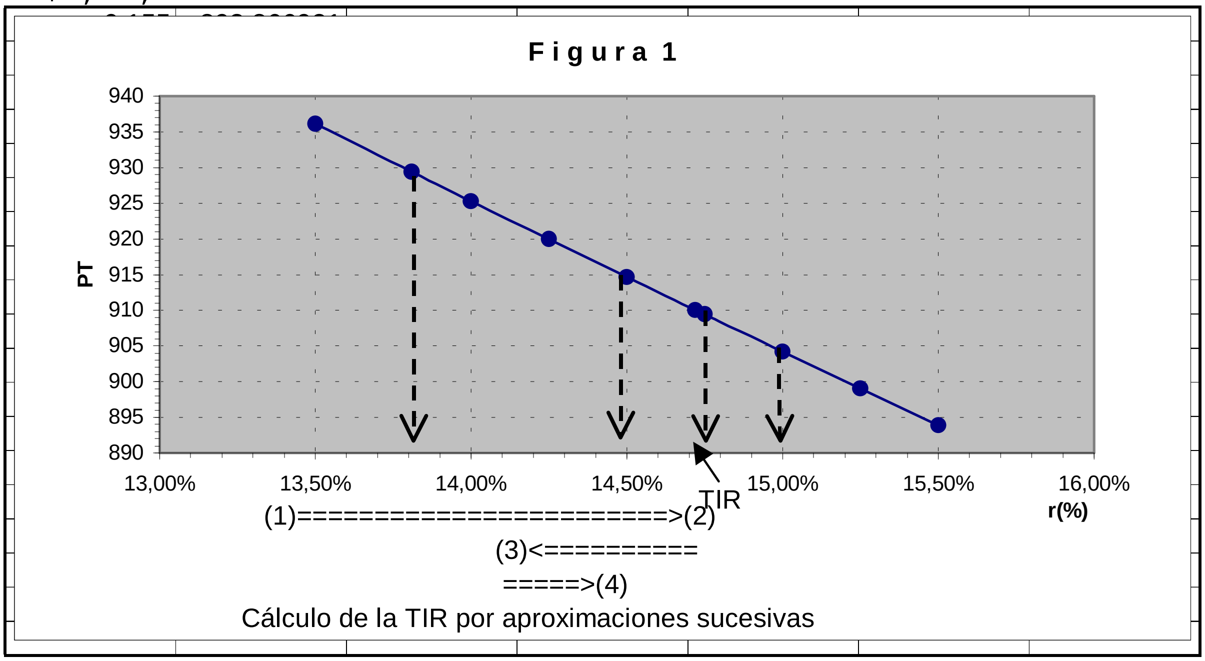
$$882,65(1 + 0,15/2)^{60/180} = 904,19$$

donde el primer factor puede obtenerse, p.ej., así:

6	7,5		-50	-1000
===	===	===	===	===
n	i	P V	PMT	F V
===	===	===	===	===
		882,65		

El precio resultante es menor que 910 y por lo tanto en el próximo paso se disminuirá la TIR, y así sucesivamente hasta encontrar la precisión que se desee. Véase la Fig.1 para interpretar gráficamente este proceso.

EJEMPLO 12: Pueden aplicarse las técnicas sugeridas al eurobono del Banco de Quilmes citado en el Ejercicio 1 del Documento previo*. Supóngase que el 20/10/93 se cotizaba en el mercado a $ 101,42 y verifíquese que en esa fecha la TIR era igual a 9,66% nominal anual. Si utiliza un programa de bonos, tenga en cuenta que los intereses devengados ascienden a $1,16,



Cálculo de la TIR por aproximaciones sucesivas

Tasa : r	0.1350	0.1381	0.1400	0.1425	0.1450	0.1472	0.1475	0.1500	0.1525	0.1550
Precio : PT	936.10	929.39	925.30	919.97	914.67	910.00	909.41	904.19	899.01	893.87

para el cálculo del precio ajustado. En caso de contar con un programa para resolución de ecuaciones, la que surge de (7)* es:

$$101{,}42=[10/TIR+100(1+ TIR/2)^{-2}(1- 0{,}1/TIR)](1+ TIR/2)^{42/181}$$

(Véase en el Anexo 1 una solución mediante planilla Excel)

Ejercicio 1: Determínese la TIR del bono típico del tesoro argentino (BONTE 01), a que se refiere el ejemplo 4 del Documento Nº13* previo, en fecha 2/8/00 supuesto que su precio de mercado era de $ 102,50. Téngase presente que los datos relevantes son: N = $100; i = 9,5%; n = 1; m = 2; d_1 = 70 y d_2 = 184.(Respuestas a los ejercicios al final del documento)

b) TIR de un bono no típico con tasa fija

Un problema adicional puede presentarse cuando, aparte de no coincidir la fecha de cálculo de la TIR con la

* Alvarez, V. A. y Fernández Molero, D, "Títulos de Deuda (Fixed Income Securities)..., op. cit.

de pago de un cupón, el bono no es típico. En el ejemplo siguiente se calculará la TIR de un bono que tiene amortizaciones parciales.

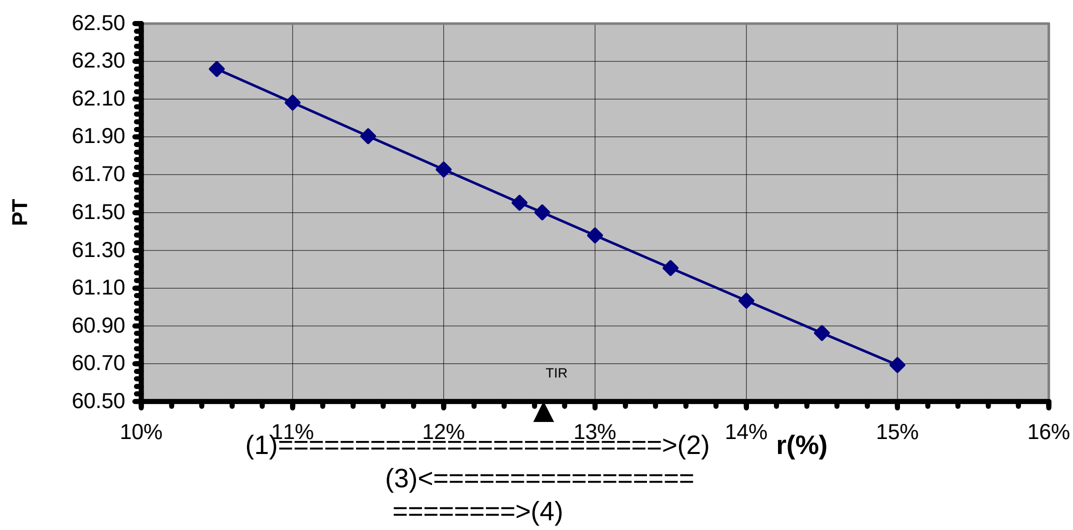
EJEMPLO 13: Refiérase al Ejercicio 2 del Documento Nº 13 previo* y supóngase que el 20/10/93 se necesita calcular la TIR al vencimiento prometida por la ON de Acindar S.A., en el supuesto que su precio de mercado sea $61,50.

Debe resolverse la ecuación que iguala el precio de mercado del bono con el valor presente, en fecha 20/10/93, de los flujos de fondos que producirá hasta su vencimiento.

$$61{,}50 = \frac{23{,}16}{(1 + TIR/2)^{51/183}} + \frac{22{,}09}{(1 + TIR/2)^{233/182}} + \frac{21{,}05}{(1 + TIR/2)^{416/183}}$$

En este caso no es posible utilizar los programas para bonos más difundidos. Con un programa para resolver ecuaciones o mediante aproximaciones sucesivas (ver Fig.2) se determina TIR = 12,65%.
(Véase en el Anexo 2 una solución mediante planilla Excel)

Figura 2



Cálculo de la TIR mediante aproximaciones sucesivas (EJEMPLO 13)

Tasa (r)	0.1050	0.1100	0.1150	0.1200	0.1250	0.1265	0.1300	0.1350	0.1400	0.1450	0.1500
Precio (PT)	62.26	62.08	61.90	61.73	61.55	61.50	61.38	61.21	61.03	60.86	60.69

Ejercicio 2: Determínese, en fecha 15/12/99, la TIR del bono no típico que es la obligación negociable emitida por AUTOPISTAS DEL SOL S.A. el 01/08/97, a que se refiere el

ejemplo 5 del Documento Nº13* previo, supuesto que su precio de mercado era de $ 77,00. Téngase presente que la tasa del cupón era fija del 10,25% nominal anual y pago semestral los días 1 de febrero y de agosto. La amortización se realizaba en once cuotas semestrales, del 5% del capital desde el 1/8/04 hasta el 1/2/09 y una última cuota del 50% al vencimiento de la obligación el 1/8/09. (Solución al final)

c) TIR de un bono no típico con tasa flotante.

Si se hacen los supuestos simplificadores mencionados en 2.4* del Documento anterior, es posible calcular una estimación de la TIR, aún en el caso que la tasa del cupón sea flotante.

EJEMPLO 14: Se desea calcular en fecha 20/10/93 la TIR y TIREA estimadas del BONEX 84 a que se refieren el Ejercicio 3* del Documento previo, sabiendo que se cotizaba a la par, es decir que su precio de mercado era de u$s 25 por cada u$s 100 de valor nominal y que la tasa LIBOR nominal anual de esa fecha era 3,375%, mientras que la del cupón corriente fue 3,5625%. A tal efecto, para calcular la TIR, se debe plantear y resolver la siguiente ecuación:

$$25=\left[\frac{12,9453}{(1+ TIR/2)} + \frac{0,2109}{(1+ TIR/2)^{2}} + \frac{12,7109}{(1+ TIR/2)^{3}}\right](1+ TIR/2)^{122/183}$$

Tanto con un programa para resolver ecuaciones como mediante aproximaciones sucesivas o la planilla Excel (véase Anexo 3) se puede encontrar TIR = 5,27% nominal anual.

Si se desea obtener la TIREA puede calcularse a partir de la TIR en la forma oportunamente explicada, o bien directamente utilizando la fórmula (15)* para plantear y resolver la siguiente ecuación:

$$25 =\left[\frac{12,9453}{(1+TIREA)^{0,5}} + \frac{0,2109}{(1+TIREA)} + \frac{12,7109}{(1+TIREA)^{1,5}}\right](1+TIREA)^{122/365}$$

de la que resulta: TIREA = 5,34%

Ejercicio 3: Determínese, en fecha 23/08/00, la TIR del bono DISCOUNT a que se refiere el ejemplo 6 del Documento Nº 13 previo* supuesto que su cotización bursátil era de u$s 81,80 y que la tasa LIBOR aún se mantenía en el nivel del cupón corriente: 6,84% nominal anual. Recuérdese que los DISCOUNT fueron emitidos el 31/3/93 y vencen el 31/3/23, pagan cupones de LIBOR más un spread del 13/16% anual los días 31/5 y 30/11 de cada año y el capital se amortiza de una sola vez al vencimiento. (Solución al final)

Ejercicio 4: Muéstrese que la TIR de un portafolio no es un promedio de las TIR de los bonos que lo componen.

* Alvarez, V. A. y Fernández Molero, D, “Títulos de Deuda (Fixed Income Securities)..., op. cit.

1.8 Tasa interna de rentabilidad hasta el rescate (TIRR)

Si un bono tiene una cláusula de rescate (véase en el Documento previo 1.2)*, entonces la TIR hasta el vencimiento puede no ser una adecuada medida de la rentabilidad prometida por la inversión, por cuanto si se produce el rescate entonces la tasa interna de rendimiento hasta ese momento es diferente.
EJEMPLO 15: Considérese un bono típico de valor nominal $ 1.000, que paga cupones semestrales al 10% nominal anual, emitido por cinco años hace exactamente un año, cuyo prospecto contiene una cláusula que permite su rescate a partir del tercer año de vida en cualquier fecha de pago de cupón con un premio del 10% del valor nominal si el rescate se produce en la primera fecha posible, 7,5% en la segunda, 5% y 2,5% en la tercera y cuarta respectivamente (véase la Fig.3). Si en la fecha el bono se cotiza a $ 1.210, entonces su rentabilidad hasta el vencimiento es TIR = 4,24% nominal anual. Este rendimiento prometido es significativo, sólo si se mantiene la posesión hasta la fecha de vencimiento y se reinvierten los cupones a la misma tasa. Sin embargo si se supone que el bono será rescatado por ejemplo un año antes del vencimiento, entonces el rendimiento prometido debe tomar en consideración los flujos que se producirán hasta esa fecha (ver Fig.3)

Operando en la forma habitual:

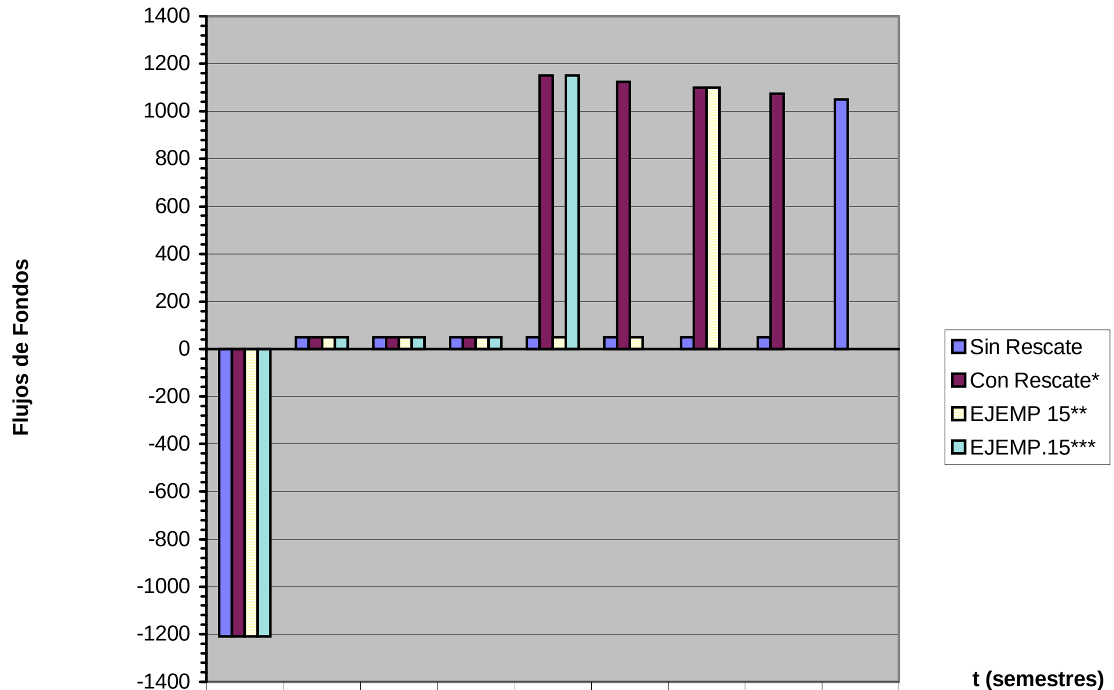
6		-1210	50	1050
===	===	===	===	===
n	i	P V	PMT	F V
===	===	===	===	===
	2,04			

se determina una tasa de rendimiento prometido del 4,08% nominal anual, claramente inferior al rendimiento hasta el vencimiento.

Los inversores, con un criterio conservador, suelen calcular un rendimiento prometido en lo que juzgan podría ser la circunstancia más desfavorable, esto es que el rescate se produzca en la primera fecha en que ello es posible. La tasa interna así calculada recibe el nombre de Tasa Interna de Rendimiento hasta el Rescate (TIRR). Luego, para tomar sus decisiones, compara TIR y TIRR, eligiendo la menor[2].

[2] Fabozzi, Frank J., Bond Markets, Analysis and Strategies, 3rd ed., Prentice Hall Inc., U.S.A., 1996, pp.39/40

F I G U R A 3



	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Sin Rescate	-1210	50	50	50	50	50	50	50	1050
Con Rescate*	-1210	50	50	50	1150	1125	1100	1075	0
EJEMP 15**	-1210	50	50	50	50	50	1100	0	0
EJEMP.15***	-1210	50	50	50	1150	0	0	0	0

* Con posterioridad a la fecha de rescate los flujos valen cero
**Supuesto que se rescata un año antes del vencimiento
***Supuesto que se rescata en la primera fecha que es posible.

En este ejemplo, mediante el siguiente cálculo:

```
     4                 -1210      50      1100
    ===       ===       ===      ===       ===
     n         i        P V      PMT       F V
    ===       ===       ===      ===       ===
            1,9241
```

se determina TIRR = 3,85% nominal anual, que es la solución de la ecuación:

$$1.210 = \sum_{j=1}^{4} 50/(1 + TIRR)^{j} + 1.100/(1 + TIRR)^{4}$$

Un inversor conservador tomará como rendimiento prometido 3,85% pues es el menor entre el rendimiento hasta el vencimiento y hasta el rescate. Sobre la base de esta tasa adoptará su decisión de inversión.

Debe tenerse presente que, según las circunstancias, podría ocurrir que TIR < TIRR. Verifique el lector que si el bono de este ejemplo cotizara a $ 1.100, entonces TIR = 7,09% y TIRR = 9,09%, con lo que un inversor conservador tomaría como rendimiento prometido el 7,09%.

Esta forma conservadora de evaluar el rendimiento trata de compensar al inversor en un bono rescatable por las desventajas originadas en la opción de rescate que tiene el emisor. Fundamentalmente ellas son: a) Que el emisor rescatará el bono cuando las tasas de interés del mercado sean inferiores a la del cupón (el bono se cotiza sobre la par), con lo que el inversor deberá reinvertir los fondos provenientes del rescate a tasa menor que la que le producía la inversión en el bono. b) El precio de los bonos sube cuando las tasas bajan. Sin embargo es un hecho empírico[3] que esta apreciación está limitada, en el caso de bonos rescatables, aproximadamente por el valor de rescate.

Debe reconocerse que la utilización de la TIRR está basada en la generalmente irreal suposición que el bono será rescatado en la primera fecha en que ello es posible, con lo que no considera la posibilidad de reinversión de los flujos hasta la fecha del vencimiento original del bono, lo que sí hace la TIR. En realidad el procedimiento descrito para obtener esta medida de rentabilidad de bonos rescatables, debe interpretarse como una regla empírica ad-hoc que usan habitualmente los operadores, aunque su fundamento teórico es bastante dudoso por cuanto se están comparando dos tasas (TIR vs. TIRR) que se refieren a distintos períodos de tiempo.

Si se quiere desarrollar un modelo más preciso para estimar el potencial rendimiento de un bono rescatable, es necesario basarse en la teoría de opciones que permite valuar el privilegio del emisor.

Ejercicio 5: Sea un bono típico de valor nominal $1.000,tasa del cupón 11% anual, pago semestral, que vence dentro de 18 años y puede ser rescatado dentro de 13 años a $1.055. Estime la tasa de rentabilidad prometida a un inversor conservador si su precio de mercado es: a) $1.087,35 b) $1.259,58

[3] Fabozzi, Frank J. - The Handbook of Fixed Income Securities, Third Edition - Business One Irwin, USA, 1991 - pp. 278/79

1.9 Tasa Interna de Rentabilidad Ex-post (TIREP)

La tasa interna de rentabilidad hasta el vencimiento (TIR) es el rendimiento **prometido (ex-ante)** por la inversión en el bono, siempre que se lo mantenga en cartera hasta su vencimiento y que además se reinviertan hasta esa fecha y a esa misma tasa todos los cupones cobrados. Si, como es habitual, no se cumple alguna de esas condiciones entonces la tasa de rendimiento de la inversión **realmente obtenida (ex-post)** puede ser sustancialmente distinta de la prometida. A efectos de tener una idea de la incidencia de la reinversión y consiguiente capitalización de intereses se desarrollará el siguiente:

EJEMPLO 16: Sea un bono típico de valor nominal $1.000, que paga cupones semestrales al 10% nominal anual, y vence dentro de exactamente tres años. Su precio de mercado es hoy $ 909. Supóngase que se compra para mantenerlo en cartera hasta su vencimiento. Se desea estimar cuál será la tasa interna de rendimiento ex-post (TIREP) y compararla con el rendimiento prometido ex-ante (TIR). A tal efecto es necesario pronosticar las tasas de interés a que serán reinvertidos los flujos de fondos producidos por el bono. Al respecto se harán hipótesis simplificadoras, que más adelante se adecuarán a la realidad: a) Antes del pago del primer cupón cambia la tasa del mercado y luego permanece constante hasta la fecha de vencimiento del bono; b) El horizonte de planeamiento coincide con el vencimiento del bono. En estas condiciones se calculará la TIREP para distintas supuestas tasas de reinversión. Finalmente se extraerán las conclusiones pertinentes. En la Tabla 1 se muestran algunos aspectos del cálculo de la TIREP del bono de este ejemplo para distintas hipótesis acerca del valor de la tasa de reinversión de los cupones.

Tasa de reinversión (1)	Ingreso cup. y amortizac. (2)	Intereses de reinversión (3)	Ingreso total (4)	TIREP (5)
0,00%	1.300	0,00	1.300,00	12,29
5,00%	1.300	19,39	1.319,39	12,81
10,00%	1.300	40,10	1.340,10	13,37
13,81%	1.300	56,81	1.356,81	13,81
15,00%	1.300	62,20	1.362,20	13,95
20,00%	1.300	85,78	1.385,78	14,56
25,00%	1.300	110,91	1.410,91	15,21

Efecto de la reinversión de los cupones en la rentabilidad ex-post del bono del Ejemplo 16.

TABLA 1

Adviértase que la TIR de este bono es 13,81% nominal anual y ha sido calculada en el Ejemplo 7 (pág. 13).

En la columna (1) figuran distintas tasas nominales anuales de reinversión (r), expresadas porcentualmente, en las condiciones de la hipótesis a) anterior. El valor de la columna (2) se calcula con la fórmula:

$$(2) = \text{Cupones} + \text{Amortización} = nNi + N = N(1 + ni)$$

donde todos los símbolos han sido definidos previamente. En este caso se tiene:

$$N(1 + ni) = 1.000(1 + 3x0{,}10) = 1.300$$

En la columna (3) se indican los intereses ganados por la reinversión de los cupones. Su monto puede ser calculado como la diferencia entre el valor futuro de los cupones en la fecha del vencimiento del bono y el valor nominal de todos ellos. El mencionado valor futuro es una imposición de tantas cuotas como cupones, donde el valor de la cuota es igual al del cupón y la tasa de interés es aquella a que se supone se realiza la reinversión. Se tiene entonces:

$$(3) = \text{Imposición de los cupones} - \text{Valor nominal} =$$
$$= (Ni/m)s(nm;r/m) - Nin$$

donde "r" simboliza la tasa nominal anual de reinversión y

$$s(t;j) = [(1 + j)^t - 1]/j$$

Por ejemplo, para el quinto renglón de la Tabla 1.4 se tiene r = 15%, resultando:

$$(3) = 50s(6;0{,}075) - 300 = 362{,}20 - 300$$
Intereses ganados por reinversión = 62,20

En la columna (4) se calcula el ingreso total sumando las columnas (2) y (3). Finalmente en la columna (5) figuran las tasas internas de rendimiento nominales anuales ex-post que **realmente** se conseguirían comprando el bono, manteniéndolo en cartera hasta su vencimiento y reinvirtiendo sus cupones a la tasa que en cada uno de los renglones de la Tabla 1 se indica.

La TIREP es aquella tasa nominal periódica a la que colocado un importe igual al precio de compra del bono (valor presente), por el período de tenencia y con capitalización de intereses en cada fecha de pago de cupones, origina un monto (valor futuro) igual al ingreso total.

$$\textbf{Precio de Compra}(1 + \textbf{TIREP}/m)^{nm} = \textbf{Ingreso Total}$$

Nótese la analogía con la fórmula (4). De aquí se deduce una fórmula similar a la (3):

$$\textbf{TIREP} = [(\text{Ingreso Total/Precio Compra})^{1/nm} - 1]m \qquad (15)$$

Por ejemplo, para el tercer renglón de la Tabla 1, se tiene:

$$\text{TIREP} = [(1.340,10/909)^{1/6} - 1]2 = 0{,}1337 \text{ (13,37\% nom.anual)}$$

Según puede advertirse en el cuarto renglón de la Tabla 1, **únicamente en el caso que la tasa de reinversión sea igual a la TIR el rendimiento realizado (ex-post) coincide con el prometido (ex-ante)**, hecho al que se hizo referencia en las consideraciones posteriores a los ejemplos 7 y 8.

EJEMPLO 17: En el ejemplo previo se hicieron dos hipótesis a) y b) muy simples para aislar claramente el efecto en la rentabilidad ex-post de la reinversión de los cupones. El presente ejemplo tiene por finalidad mostrar un caso más real en que el horizonte de inversión no coincide con el plazo hasta el vencimiento y el comportamiento de las tasas está más de acuerdo con su variación cotidiana en el mercado. Considérese un potencial inversor en el bono del ejemplo anterior que planea adquirirlo y mantenerlo en cartera por un período de dos años y, a efectos de tomar una decisión, desea estimar cuál será su tasa de rendimiento ex-post (TIREP). A tal fin necesita hacer alguna hipótesis acerca de los valores que tendrán las tasas de interés durante el período de planeamiento. Supóngase que estima que las tasas nominales anuales, por períodos semestrales, que estarán vigentes en el mercado en las fechas de pago de cupón, durante el tiempo de tenencia, son las que se muestran en la Tabla 2.

t	1	2	3	4
r(%)	14,00	14,50	15,00	15,50

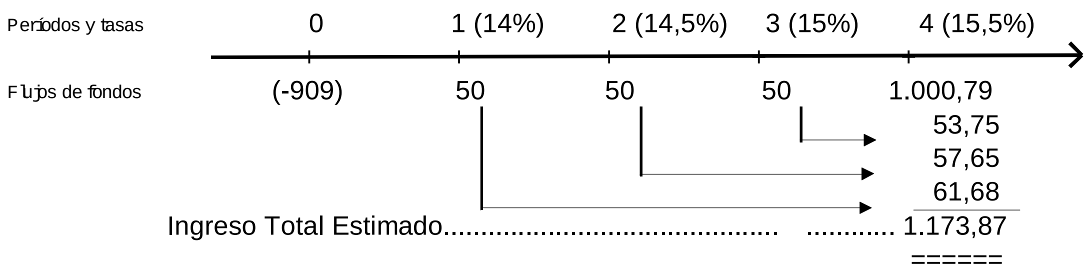
TABLA 2

En estas condiciones, para utilizar la fórmula (15), es necesario calcular el Ingreso Total estimado para la fecha de vencimiento del segundo año, es decir en t = 4. El precio a que se estima poder vender el bono en esa fecha depende de la tasa pronosticada para ese momento y puede calcularse en la forma habitual:

n	i	P V	PMT	F V
2	7,75	950,79	-50	-1000

Asimismo el valor final de los cupones cobrados en los momentos 1 a 3 (Véase Fig. 4), surge de colocarlos por semestres sucesivos a la tasa de interés vigente en cada fecha y hasta el horizonte de planeamiento.

F I G U R A 4



Cálculo del Ingreso Total Estimado para un período de tenencia de dos años del bono a que se refiere el EJEMPLO 17

En resumen, se tiene:

t	VALOR CUPON	FACTOR DE CAPITALIZACION		VALOR FINAL
1	50,00	x (1,0700)(1.0725)(1,0750)	=	61,68
2	50,00	x (1,0725)(1,0750)	=	57,65
3	50,00	x (1,0750)	=	53,75
4	50,00	x 1	=	50,00

VALOR FINAL ESTIMADO DE LOS CUPONES			=	223,08
PRECIO ESTIMADO DE VENTA			=	950,79

INGRESO TOTAL ESTIMADO			=	1.173,87

Entonces, de acuerdo a la fórmula (15), la tasa estimada de rentabilidad ex-post será:

$$TIREP = [(1.173,87/909,00)^{1/4} - 1].2 = 0,1320$$

es decir que la rentabilidad ex-post estimada del 13,20% nominal anual es inferior a la tasa interna de rentabilidad prometida (ex-ante), pues TIR = 13,81% nominal anual.

Los analistas suelen utilizar la TIREP en el contexto de un análisis de escenarios para tomar decisiones.

Ejercicio 6: Un bono tiene una tasa del cupón del 8% anual, pago semestral, vence dentro de 20 años y su TIR es 10% anual ¿Cuál es la TIREP para un horizonte de inversión de 3 años si se supone una tasa de reinversión constante del 6% anual y que la TIR del bono dentro de tres años será del 7% anual?

2 Rentabilidad y tipos de riesgo

En su acepción más corriente en Finanzas, el término **"riesgo"** de una inversión significa la variabilidad de los rendimientos de la misma[4].La medida habitual del riesgo es el desvío estándar de la variable aleatoria que representa los rendimientos de la inversión, entendidos en el sentido definido en la fórmula (2) y pensados como tasas ex-ante según lo explicado en 1.3.

2.1 Tasas Nominal Libre de Riesgo, Real y de Inflación Esperadas

La tasa de rentabilidad ex-ante de una inversión que produce flujos de fondos ciertos en monto y fecha, esto es que la probabilidad de incumplimiento es cero, tiene variabilidad nula y es, en consecuencia, denominada **Tasa Nominal Libre de Riesgo (TNLR)**. El ejemplo clásico es la tasa de rendimiento de una inversión en un bono cero cupón del gobierno de EEUU, en el supuesto que se entiende que cumplió y cumplirá los compromisos estipulados y, además, que el bono se mantendrá en cartera hasta su vencimiento.

En realidad los flujos asociados a la mayoría de las inversiones (por ej. los bonos) son inciertos y en consecuencia la rentabilidad de las mismas es aleatoria. La Teoría Financiera, en particular el modelo CAPM [5], afirma que por inversiones con riesgo se requiere un premio sobre la TNLR que, en equilibrio, es creciente en forma lineal con el riesgo.

Sintéticamente:

TASA NOMINAL =TASA NOMINAL LIBRE DE RIESGO + PREMIO AL RIESGO

$$TN = TNLR + P \qquad (16)$$

Este modelo puede interpretarse en términos de flujos de fondos (o de precios) siguiendo los lineamientos de la definición de tasa dada mediante la fórmula (1).En efecto, si se designa B_1 al flujo en t=1 de una letra o un bono cero cupón emitido por el gobierno o cualquier entidad que se considere cumplirá con certeza, y que hoy vale P_0, se tiene:

$$TN = \frac{P_1 - P_0}{P_0} = \frac{P_1 - B_1}{P_0} + \frac{B_1 - P_0}{P_0} = P + TNLR$$

[4] Ver Messuti, Alvarez y Graffi, Selección de Inversiones - Introducción a la Teoría de la Cartera, Ed.. Macchi, Bs. As. 1992, 7.3, pág. 182

[5] Ver Messuti, Alvarez y Graffi, Selección de Inversiones - Introducción a la Teoría de la Cartera, Ed. Macchi, Bs. As. 1992, pág. 515

que descompone la tasa de rentabilidad nominal en dos componentes: i) “P” asociada al exceso de recompensa por sobre la que otorga un bono seguro y ii) “TNLR” asociada a la recompensa que ofrece una inversión sin riesgo.

La variabilidad de la TN es, según se ha definido, el **riesgo de tasa** de la inversión. El análisis de las dos componentes de la TN permitirá realizar una aproximación al conocimiento de las distintas fuentes del riesgo total de la inversión.

Desde el punto de vista de la Teoría Económica la TNLR puede interpretarse como la recompensa exigida por posponer consumos y representa el mero valor temporal del dinero. A su vez pueden distinguirse dos factores que afectan esta tasa. El primero refleja tanto aspectos subjetivos (v.g. la preferencia por la liquidez) como objetivos referidos al conjunto de oportunidades de inversión que presenta la economía: es la tasa real de interés esperada (TRE). El segundo refleja la variación en el poder adquisitivo de la moneda: es la tasa de inflación esperada (TIE). Resumiendo, en forma aproximada se tiene:

$$\text{Tasa Nominal Libre de Riesgo} \cong \text{Tasa Real Esperada} + \text{Tasa de Inflación Esperada}$$

$$TNLR \cong TRE + TIE \qquad (17)$$

Según Fisher[6] la relación exacta es:

$$1 + TNLR = (1 + TRE)(1 + TIE) \qquad (18)$$

EJEMPLO 18: Supóngase que se está analizando la posible rentabilidad, en términos reales, de una inversión en un bono cero cupón del gobierno con vencimiento dentro de un año, el que se ofrece hoy en el mercado a un precio tal que promete una rentabilidad al vencimiento del 12% anual. Si la tasa anual de inflación esperada es del 5%, entonces la tasa real esperada de la inversión puede calcularse en forma aproximada utilizando (17):

$$TRE \cong TNLR - TIE = 0{,}12 - 0{,}05 = 0{,}07 \quad (7\% \text{ anual})$$

En forma exacta, según (18), se tiene:

$$TRE = \frac{1 + TNLR}{1 + TIE} - 1 = \frac{1{,}12}{1{,}05} - 1 = 0{,}0667 \quad (6{,}67\% \text{ anual})$$

[6] Irving Fisher, Appreciation and Interest, N.Y.: Macmillan, 1896, p. 75-76, citado por Jack Clark Francis, Portfolio Analysis and Management, 5th. Edit., 1991, Mc Graw -Hill

El anterior es un análisis ex-ante. Si transcurrido un año se realiza un cálculo ex-post, supuesto que la tasa de inflación anual fue realmente del 3%, resulta que la tasa real efectivamente obtenida es aproximadamente:

$$TR \cong TNLR - TI = 0,12 - 0,03 = 0,09 \quad (9\% \text{ anual})$$

o exactamente:

$$TR = \frac{1 + TNLR}{1 + TI} - 1 = \frac{1,12}{1,03} - 1 = 0,0874 \quad (8,74\% \text{ anual})$$

El ejemplo anterior permite apreciar que la característica de **inversión libre de riesgo sólo tiene sentido cuando su rentabilidad se mide en términos nominales.** Si se midiera en términos reales entonces las posibles variaciones en la tasa de inflación (TI) implican consecuentes variaciones en la tasa real (TR) lo que, desde esta perspectiva constituye un riesgo: es el denominado **riesgo de inflación.**

2.2 Premio por el riesgo y distintos tipos de riesgo

Los factores de la TNLR hasta aquí considerados (tasas real y de inflación) afectan por igual a todas las inversiones de la economía. Existe otro grupo de factores que afectan de distinta manera a distintas inversiones, lo que trae como consecuencia que, para cada una de ellas, un inversor averso al riesgo exija un **premio (P)** sobre la TNLR básica que es directamente proporcional a la incertidumbre de los resultados de la misma (véase fórmula (16)). El mencionado premio es el precio del riesgo debido a la influencia conjunta de los citados factores. Se acostumbra a analizar ese riesgo total distinguiendo algunas componentes importantes. Para identificar y estudiar estas componentes es necesario hacer la abstracción teórica de aislar sus efectos mediante un análisis "ceteris paribus". Sin embargo, no debe olvidarse que todas actúan conjuntamente en la realidad.

Si sólo se atiende a la variabilidad de las tasas originadas por los distintos plazos de las obligaciones (se supone que las mismas tienen todas idéntica calidad en los restantes aspectos) se presenta el **riesgo de plazo** vinculado con la estructura temporal de las tasas de interés a que se refiere el próximo Documento. Hay un razonable consenso en que el premio por éste riesgo se incrementa con el plazo hasta el vencimiento. Lo que no está aún claro es si el valor de éste premio depende solamente del plazo o está influido también por el nivel de las tasas y su volatilidad. La mayoría se inclina por pensar que para las tasas de corto plazo éste premio es directamente proporcional al nivel de las mismas, mientras que sucede lo contrario con las tasas de largo plazo[7].

Cuando las obligaciones no son cero cupón, es decir producen flujos de fondos en fechas anteriores a la de su vencimiento, es técnicamente conveniente pensar en la "vida económica" de una obligación más que en su vida restante (plazo hasta el vencimiento). Esta vida económica se mide mediante la **"duración"** o **"plazo promedio ponderado"**, concepto que será presentado en otro documento. La variabilidad en las tasas debida al particular perfil de los flujos de fondos, incluyendo el plazo hasta el vencimiento, es el tipo de riesgo que será estimado sobre la base de la "duración".

La volatilidad en las tasas de interés originada por la posibilidad que el emisor de un bono no cumpla las estipulaciones del prospecto de emisión en tiempo y/o monto recibe el nombre de **riesgo de incumplimiento (default risk)**. Para aislar el premio por riesgo de incumplimiento es necesario comparar títulos de igual plazo hasta el vencimiento, similar perfil de flujos de fondos y, en general, idénticos en todos los aspectos salvo las características propias del emisor que incidan en la posibilidad de incumplimiento de sus compromisos. Precisamente esta tarea es la que realizan las compañías calificadoras de riesgo (ver 1.3 en el Documento anterior)[*] agrupando a los distintos emisores en categorías de similar riesgo de incumplimiento. Estudios empíricos muestran una razonable correlación ex-post entre estas categorizaciones y el comportamiento real de los emisores.

Puede relacionarse el riesgo de incumplimiento con el de plazo. Hay razones teóricas y empíricas que permiten inferir que para compañías con las mejores calificaciones de riesgo, el premio por el riesgo de incumplimiento es decreciente con el plazo hasta el vencimiento, sucediendo lo contrario con las de más baja calificación[8]

Los riesgos hasta aquí considerados se refieren a bonos que no contienen cláusulas que confieren algún tipo de opción al emisor o al inversor. Si contuvieran tales cláusulas, esa opción origina generalmente algún tipo de riesgo. En efecto, el eventual ejercicio de la opción puede cambiar el perfil de los flujos de fondos del bono y consecuentemente la tasa de rentabilidad puede aumentar o disminuir. Esta variabilidad en la tasa de interés es técnicamente el **riesgo asociado a las opciones** y los inversores aversos al riesgo tendrán normalmente un premio (positivo o negativo según que la cláusula los desfavorezca o

---

[7] Véase James C. Van Horne, Financial Market Rates and Flows, Prentice Hall, New Jersey, 1990, pág. 111 y ss.

[*] Alvarez, V. A. y Fernández Molero, D, "Títulos de Deuda (Fixed Income Securities)..., op. cit.

[8] Véase James C. Van Horne, op. cit., pág. 171 y ss.

favorezca) que influirá en el valor de P en (16). Por ejemplo, bonos convertibles y warrants tienen una cláusula de opción a favor del inversor que le permite bajo ciertas condiciones canjear su bono por acciones u otros títulos. Dado que en este caso la opción es a favor del inversor, entonces el premio P de la ecuación (16) disminuirá en un monto igual al valor de esa opción.

Una cláusula de rescate es una opción a favor del emisor que fue descripta sucintamente en el Documento anterior al principio de 1.2*. Dado que será ejercida cuando resulte beneficioso para el emisor, se constituye en un riesgo para el inversor quién demandará, en consecuencia, un premio que contribuirá a aumentar el valor de P en (16). Una forma de cláusula de rescate es la opción que tienen los deudores hipotecarios para cancelar anticipadamente su deuda, lo que origina el llamado riesgo de prepago para el prestamista, ya que altera el flujo de fondos previsto. Este riesgo se transmite por el proceso de securitización o titulización a los tenedores de títulos respaldados por hipotecas. En 1.2[*] también se hizo referencia a la cláusula "put", esto es, una opción de venta a favor del inversor que eventualmente modificará los flujos de fondos previstos, afectando la variabilidad de los rendimientos.

En resumen, cualquier tipo de opción contenida en el prospecto de un bono afecta la variabilidad de los rendimientos, constituyéndose en un factor de riesgo ya sea para el inversor o para el emisor, influyendo en el valor de P en la fórmula (16) de modo de aumentarlo si la opción es favor del emisor y disminuirlo si sucede lo contrario. Para determinar con mayor precisión la cuantía de esa variación en P debe utilizarse la Teoría de Valuación de Opciones.

Se hace referencia en la literatura sobre el tema a múltiples tipos de riesgo, aparte de los aquí mencionados que, por ende, contribuyen a conformar el premio P de la fórmula (16). En algunos casos se estudia por ejemplo, al **riesgo del negocio**, causado por la particular naturaleza de la actividad de la firma emisora y su impacto en sus flujos de fondos. Está vinculado al **apalancamiento operativo**, producido por los costos fijos. Similarmente, el **riesgo financiero** es la incertidumbre introducida por la forma de financiamiento de la empresa. Si sólo se utiliza capital propio, no existe este riesgo, el que aumenta con el **apalancamiento financiero**, es decir con la proporción de deuda.[9]

El tipo de mercado secundario de un bono origina el llamado **riesgo de liquidez.** Está asociado a la variabilidad en los flujos producida por la mayor o menor facilidad para su venta sin hacer concesiones extraordinarias en el precio.

Los inversores globales, aparte de los riesgos mencionados, enfrentan el denominado **riesgo país *(country risk)*** vinculado a las características sociales, políticas y

[9] Véase Richard A. Brealey y Stewart Myers, Principios de Finanzas Corporativas, Cuarta Edición, McGraw-Hill, Madrid, 1993, pág. 226

económicas de cada país. La inestabilidad de las instituciones políticas, de las normas jurídicas, en particular la variabilidad de las regulaciones económicas, tasas impositivas, tasas de cambio, así como la existencia de terrorismo son factores que aumentan el a veces denominado **riesgo político**, haciendo que los inversores exijan premios de tasa de interés adicionales por comprar bonos sujetos a ese riesgo.

Además, cuando se invierte en bonos denominados en una moneda distinta a la del inversor, aparece el **riesgo de cambio** que será tratado en el apartado siguiente.

Según se ha mencionado al principio de este apartado, otro posible enfoque en el análisis del riesgo de los bonos deriva del conocido modelo de valuación de activos (CAPM). Este modelo establece que, en equilibrio, sólo cuenta el denominado **riesgo de mercado o sistemático** (medido por el coeficiente beta), ya que el **riesgo propio** puede (y debe) ser eliminado mediante adecuada diversificación.[10]

En consecuencia en la fórmula (15) el premio al riesgo P depende solamente del riesgo sistemático, de acuerdo a la fórmula:

$$P = ß(E_M - TNLR) \qquad (19)$$

donde

ß : medida de riesgo sistemático

E_M: rendimiento esperado de la cartera del mercado.

Resulta entonces que la tasa nominal esperada será:

$$TN = TNLR + ß(E_M - TNLR) \qquad (20)$$

El modelo CAPM fue testeado empíricamente con amplitud para el mercado accionario y además fue usado intensamente en la administración de carteras de acciones. Mucho menores fueron los logros, tanto teóricos como prácticos, en su aplicación a los bonos. Uno de los pocos intentos vincula el coeficiente beta con el concepto de duración, que será abordado en otro documento.

[10] Ver Messuti, Alvarez y Graffi, Selección .... op. cit., 11.6 pág. 357 y 13.4 pág 459 y ss.

3 Rentabilidad y tipo de cambio

En 2.2 se hizo referencia al "riesgo de cambio" como aquél a que está expuesto quien invierte en bonos denominados en moneda extranjera, ya que tanto los precios como los servicios de renta y/o amortización deben convertirse a la moneda local por medio de los tipos de cambio. Las fluctuaciones aleatorias de los mismos afectan directamente la rentabilidad de las mencionadas inversiones mediante un complejo mecanismo que interrelaciona los tipos de cambio con las tasas de interés y de inflación. En este apartado se esbozará un análisis de dichos mecanismos y se establecerán una serie de resultados útiles en la toma de decisiones acerca de inversiones internacionales en mercados globalizados.

3.1 Ideas básicas y definición de términos

Se define **tipo de cambio** como la cantidad de moneda extranjera que puede comprarse con una unidad de moneda doméstica. Se simbolizará TC(t;T) al tipo de cambio vigente en fecha t para una operación por un plazo T-t (se liquida en fecha T). Así por ejemplo TC(0;0) será el tipo de cambio de contado del día (pues el plazo es en este caso 0 = T-t vigente en la fecha de hoy t = 0), mientras que TC(3;3) simbolizará el tipo de cambio de contado (en este caso también T-t = 0) pero vigente en la fecha t = 3. Asimismo TC(0;5) representa el tipo de cambio futuro vigente hoy (t = 0) para una operación a liquidar dentro de 5 períodos (T-t = 5). De esta forma si TC(0;0)= 0,1850 libra esterlina por peso, ello significa que hoy pueden comprarse 18,50 centavos de libra por peso y TC(0;5)=0,1980 indica que hoy es posible realizar un contrato de futuros (*futures contract)* para liquidar en cinco períodos a 0,1980 libras por cada peso.

Suele hacerse referencia al **precio de contado o de futuro** de una divisa como el importe en moneda local que debe abonarse, en la fecha actual o en una futura respectivamente, por una unidad de moneda extranjera . Ésta es la forma más usual de cotizar en Argentina. No debe confundirse con el tipo de cambio definido anteriormente, ya que uno de ellos es el recíproco del otro. Si se designa P(t;T) al precio de una divisa vigente en fecha t para una operación a liquidar en fecha T, resulta:

$$P(t;T) = 1/TC(t;T) \qquad (21)$$

EJEMPLO 19: Si se observa en la pizarra de una agencia de cambio "DOLAR VENTA $ 3,43", ello quiere decir que por un dólar debe pagarse 3,43 pesos y en consecuencia, de (21) se deriva que con un peso es posible comprar 1/3,43 = 0,2915 dólares. En efecto, en este caso se tiene P(0;0)=3,43$/u$s, TC(0;0)=0,2915u$s/$ y se verifica lo previsto en (21):

$$3{,}43\$/u\$s = \frac{1}{0{,}2915u\$s/\$}$$

Por otra parte, si en una determinada fecha se puede contratar un futuro de cambio que permita comprar dentro de dos meses una libra esterlina por 5,2659 pesos, entonces si el período de cuenta es el mes, resulta que P(0:2) = 5,5572$/• y, por (21):

$$TC(0;2) = \frac{1}{5{,}2659\$/\bullet} = 0{,}1899\bullet/\$$$

3.2 Relación entre tasas de interés local y extranjera con tipos de contado y futuro

La globalización de los mercados financieros hace cada vez más frecuente la necesidad del cálculo de la rentabilidad, medida en moneda doméstica, de una inversión realizada en un título denominado en moneda extranjera. En el siguiente caso se aborda empíricamente el problema.

EJEMPLO 20: Se analiza el resultado obtenido por un inversor argentino que compró bonos del tesoro estadounidense de valor nominal u$s 1.000 a la par y durante el período de tenencia cobró cupones cuyo valor al final de dicho período fue de u$s 100. El precio del dólar en la fecha de compra fue de 0,9940$/u$s, mientras que en la fecha de liquidación fue de 3,43$/u$s. En esta última fecha el bono se cotizaba a u$s 1.020,00. Se desea calcular la rentabilidad ex-post de la operación medida en moneda local.

En la fecha de compra, t = 0, el inversor adquiere un bono de N = u$s 1.000 al precio P(0;0)= 0,9940$/u$s, invirtiendo u$s 1.000,00 x 0,9940$/u$s = $994,00. Es decir que transforma un capital de $994,00 en:

$$\$994{,}00 \times TC(0;0) = \$994{,}00 \times 1{,}006u\$s/\$ = u\$s\ 1.000{,}00$$

La inversión produce al fin del período de tenencia, T = 1 (ver fórmula (2)), una rentabilidad **en dólares** igual a:

$$r_E = [(P_1+F_1)/P_0] - 1 = [(1.020+100)/1.000] - 1 = 0{,}12\ (12\%)$$

A efectos de medir la rentabilidad **en pesos**, se supone que se vende el bono a u$s 1.020,00 en T = 1 y se cambia el monto de 1.120 dólares al precio vigente en esa fecha, obteniéndose:

u$s 1.120 x P(1;1) = 1.120u$s x 3,43$/u$s = $3.841,60

Este mismo cálculo puede realizarse en base al concepto de "tipo de cambio" así:

u$s 1.120 x [1/TC(1;1)]= u$s 1.120 x (1/0,2915)$/u$s = $3.841,60

Finalmente la tasa de rentabilidad ex-post en pesos por el período de tenencia resulta:

$$r_D = (3.841,60/994) - 1 = 2,8648 \ (286,48\%)$$

En la Figura 5 se esquematizan los pasos seguidos por el inversor argentino y el cálculo de las tasas de rentabilidad que obtuvo.

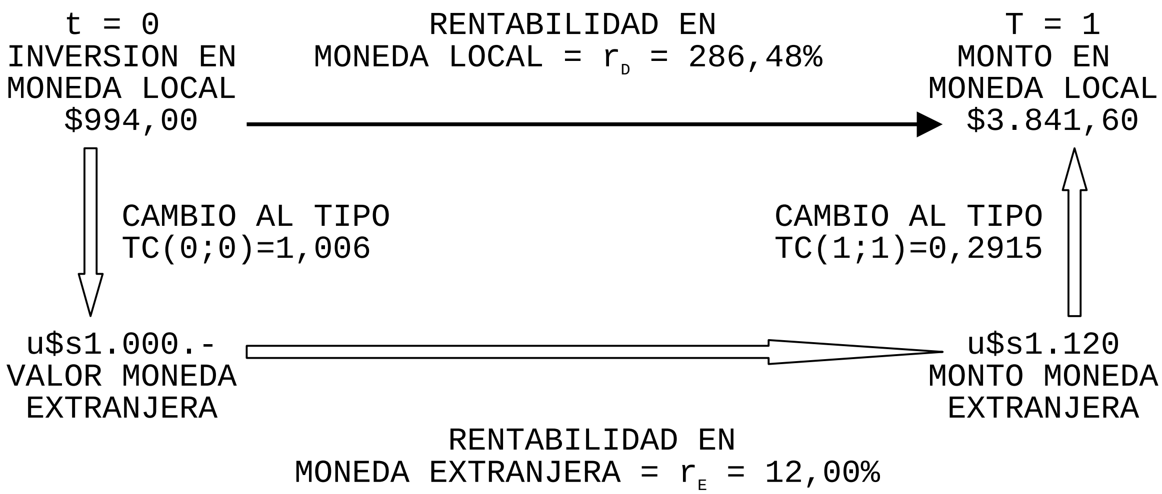


FIGURA 5

El ejemplo anterior permite encontrar una relación formal ex-post entre tipos de cambio y tasas de interés. En efecto, nótese que el proceso que llevó a la determinación de la tasa doméstica en la FIGURA 5, por unidad de capital, se resume en la siguiente fórmula:

$1+r_D = TC(0;0)*(1+r_E)/TC(1;1)$, de la que se deduce:

$$r_D = \{(1+r_E)[TC(0;0)/TC(1;1)]\} - 1 \qquad (22)$$

La fórmula (22) muestra que la rentabilidad en moneda doméstica de una inversión en un activo denominado en moneda extranjera depende de la tasa de interés foránea y de los tipos de cambio vigentes en las fechas de iniciación y liquidación de la operación.

Si bien la identificación de las variables relevantes que influyen en la rentabilidad de una inversión internacional que se realizó en el EJEMPLO 20 se basó en una determinación ex-post, lo cierto es que su utilidad práctica se materializará en la medida en que las relaciones entre las variables se verifiquen, al menos en algún sentido, ex-ante. Ello es así porque, como es obvio, al tomar la decisión de inversión no se conoce el tipo de cambio TC(1;1) que regirá en el futuro. En este caso el agente económico que debe tomar una decisión de inversión en bonos denominados en una moneda extranjera, procura estimar en t = 0 la rentabilidad de su operación internacional a liquidar en T = 1, pudiendo presentarse estas dos alternativas, en el caso que r_E sea libre de riesgo:

i) En un mercado de cambio a futuro se contrata en t = 0 un futuro de cambio al tipo TC(0;1), a liquidar en T = 1. En estas condiciones se conoce ex-ante, salvo riesgos de incumplimiento, la rentabilidad ex-post, la que puede ser calculada con la fórmula:

$$r_D = \{(1+r_E)[TC(0;0)/TC(0;1)]\} - 1 \qquad (23)$$

ii) No se opera en el mercado de cambio a futuro y en consecuencia no se conoce a priori el tipo de cambio de contado TC(1;1) al que se liquidará la operación en T = 1. En este escenario TC(1;1) y consecuentemente la rentabilidad r_D son variables aleatorias y sólo se podrá hablar con sentido de sus valores esperados E[TC(1;1)] y $E(r_D)$. Una fórmula para **estimar** la rentabilidad esperada de la operación internacional es:

$$E(r_D) = (1+r_E)\{TC(0;0)/E[TC(1;1)]\} - 1 \qquad (24)$$

que requiere algún tipo de estimación de E[TC(1;1)].

Como puede apreciarse, la alternativa i) corresponde al caso de un agente económico que realiza una **cobertura del riesgo de cambio** mediante un contrato a futuro, mientras que ii)corresponde a un operador que decide correr el citado riesgo.

El problema práctico en la alternativa ii) es entonces estimar la tasa doméstica de rentabilidad esperada, $E(r_D)$, de una inversión en moneda extranjera, a efectos de compararla con un apropiado costo de oportunidad del capital. Para ello se requiere estimar E[TC(1;1)], pues los otros valores de la fórmula (24) son observables en el mercado en la fecha t = 0. La estimación del valor esperado del tipo de cambio de contado a regir en el futuro, dentro de un período, E[TC(1;1)], depende de las hipótesis que se formulen acerca de las actitudes de los agentes económicos ante el riesgo de cambio. Lo más usual (y sencillo) es suponer que el inversor es indiferente al citado riesgo lo que, puede demostrarse, trae como consecuencia que dicho valor esperado sea igual al tipo de cambio futuro por un período. Esta igualdad es denominada por Solnik como **"relación de las expectativas de los tipos de cambio"**[11] :

$$E[TC(1;1)] = TC(0;1) \qquad (25\text{-}a)$$

Si se cumple (25-a), entonces (23) y (24) son, formalmente, idénticas y pueden escribirse en la forma:

$$\frac{TC(0;1)}{TC(0;0)} = \frac{1 + r_E}{1 + r_D} \qquad (26)$$

que el citado Solnik[12] denomina **"relación de paridad de las tasas de interés".**

Algunos autores llaman **tipo de cambio implícito futuro**[13] al valor que resulta de despejar en (26):

$$TCIF(0;1) = TC(0;0)\,\frac{1 + r_E}{1 + r_D} \qquad (27)$$

Sin embargo algunas evidencias parecen sugerir que es más acertado suponer que los agentes son aversos al riesgo de cambio y en consecuencia existe una prima de riesgo k que es a veces positiva y a veces negativa.

Formalmente se tiene:

a) Neutralidad al riesgo: $E[TC(1;1)] = TC(0;1)$ (25-a)

b) Aversión al riesgo: $E[TC(1;1)] + k = TC(0;1)$ (25-b)

pues los operadores interesados en operar a futuro estarán dispuestos a renunciar a un poco de rentabilidad para asegurarse el precio futuro, en virtud de su aversión al riesgo de cambio. Si venden a futuro será el premio $k<0$, siendo $k>0$ si compran a futuro.[14]

Según lo expresado previamente a la fórmula (26), en la alternativa a) el agente evaluará la rentabilidad

---

[11] Solnik,Bruno, Inversiones Internacionales, Segunda edición, Addison-Wesley Iberoamericana, USA, 1993, pág. 7.

[12] Solnik,Bruno, Inversiones Internacionales, Segunda edición, Addison-Wesley Iberoamericana, USA, 1993, pág. 9.

[12] Véase p.ej. Kohn, Meir, Financial Institutions and Markets, Mc Graw-Hill, USA 1994

[14] Véase Solnik,Bruno, Inversiones Internacionales, Segunda edición, Addison-Wesley Iberoamericana, USA, 1993, págs. 8 y 9 y también Brealey, Richard A. y Myers, Stewart, Principios de Finanzas Corporativas, Cuarta Edición, McGraw-Hill, Madrid, 1993, pág. 1050.

esperada de su inversión en moneda extranjera mediante la siguiente fórmula:

$$E(r_D) = (1 + r_E)[TC(0;0)/TC(0;1)]-1 \qquad (28)$$

Nótese que todas las variables del miembro derecho de (28) son observables en el mercado.

También puede hacerse la evaluación en forma aproximada mediante la siguiente relación que se deriva de (28):

$$E(r_D) \cong r_E - \{[TC(0;1)/TC(0;0)] - 1\} \qquad (29)$$

En efecto, haciendo en (28) algunos pasajes de términos:

$$\frac{1 + r_E}{1 + E(r_D)} = \frac{TC(0;1)}{TC(0;0)} \Rightarrow \frac{1 + r_E}{1 + E(r_D)} - 1 = \frac{TC(0;1)}{TC(0;0)} - 1 \Rightarrow$$

$$\frac{r_E - E(r_D)}{1 + E(r_D)} = \frac{TC(0;1)}{TC(0;0)} - 1$$ *, y si $E(r_D)$ es pequeño resulta*

la fórmula aproximada (29)

La fórmula (29) muestra que, en el supuesto de indiferencia al riesgo, es posible estimar aproximadamente la rentabilidad esperada en moneda local de una inversión en moneda extranjera, restando a la tasa de rentabilidad en moneda extranjera la variación relativa (o porcentual) esperada en el tipo de cambio, durante el período de la inversión. Nótese que la rentabilidad esperada en moneda local será mayor o menor que la rentabilidad en moneda extranjera según que se espere que la moneda local se deprecie o aprecie con respecto a la extranjera.

EJEMPLO 21: Un operador argentino necesita estimar la tasa de rentabilidad nominal anual esperada en pesos (bajo el supuesto de indiferencia al riesgo), si realiza una inversión en letras del Tesoro de EEUU a un plazo de 3 meses (Se supone que no tiene costos de transacción). Cuenta con los siguientes datos: en la fecha de análisis, el precio de contado del dólar es 3,35$/u$s y el futuro a 3 meses se cotiza a 3,49$/u$s, mientras que las letras a 3 meses se venden en Nueva York a un precio que implica una rentabilidad del 1,18% nominal anual anual.
Para resolver el problema se utilizará la fórmula (28), lo que exige calcular previamente los tipos de cambio de contado y futuro a tres meses:

TC(0;0) = 1/P(0;0) = 1/(3,35$/u$s) = 0,29851 u$s/$ y
TC(0;1) = 1/P(0;1) = 1/(3,49$/u$s) = 0,28653 u$s/$,
resultando

$$E(r_D) = (1 + r_E)[TC(0;0)/TC(0;1)]-1 =$$
$$= (1,00295)(0,29851/0,28653) - 1 = 0,04488 (4,488\% \text{ trimestral})$$

Luego la tasa de rentabilidad nominal anual esperada en pesos es del 4,488%*4 = 17,95%

También podría haberse utilizado la fórmula aproximada (29), estimando la variación porcentual esperada del tipo de cambio, en el supuesto de indiferencia al riesgo, y restándola de la tasa de interés en moneda extranjera.
El porcentaje de variación esperado en el tipo de cambio es:

$$[TC(0;1)/TC(0;0)] - 1 = 0,28653/0,29851 – 1 = - 0,0401$$

es decir una depreciación del 4,01% en tres meses, lo que implica una rentabilidad esperada aproximada en pesos

$$E(r_D) \cong 0,295\% - (-4,01\%) = 4,305\% \text{ trimestral ó } 17,22\% \text{ anual}$$

Ejercicio 7: ¿Cuál será la tasa de rentabilidad nominal anual en dólares esperada por un inversor norteamericano indiferente al riesgo que planea invertir en un instrumento emitido por el gobierno japonés con vencimiento dentro de 90 días, supuesto que tanto en el mercado de contado como en el de futuro a 90 días 1 yen se cotiza a 0,0068 dólares y que la rentabilidad en yenes prometida por la inversión es del 4,6% nominal anual?

Si en cambio se supone la aversión al riesgo de cambio -alternativa b)-, para obtener la fórmula a utilizar en la estimación se reemplaza (25-b) en (24), resultando:

$$E(r_D) = (1+r_E)\{TC(0;0)/[TC(0;1)-k]\} - 1 \qquad (30)$$

lo que indicaría un aumento en la rentabilidad esperada de la operación con respecto a la estimación realizada mediante (28) ó (29) bajo el supuesto de neutralidad al riesgo siempre que k>0; ocurriendo lo contrario si k<0.

EJEMPLO 22: Considérese el mismo problema del ejemplo 21, pero bajo el supuesto que el inversor es averso al riesgo y la prima es k = -0,001.
Usando la fórmula 30 se tiene:

$$E(r_D) = (1,00295)\{0,29851/[0,28653 – (-0,001)]\} – 1 = 0,04125$$

equivalente a una rentabilidad nominal anual del 16,50%

es decir que por cubrirse del riesgo de cambio, que no desea asumir, el inversor sacrifica rentabilidad, ya que

$$16{,}50\%\% < 17{,}95\%$$

En forma análoga a como se derivó la fórmula aproximada (29) a partir de la fórmula (28), de la fórmula (30) surge una relación aproximada para este caso de aversión al riesgo de cambio:

$$E(r_D) \cong r_E - \{[TC(0;1)/TC(0;0)] - 1\} + k/TC(0;0) \quad (31)$$

Si en la relación anterior se simboliza $p = k/TC(0;0)$, entonces puede notarse que ahora la rentabilidad esperada es igual a la del caso anterior (de indiferencia ante el riesgo) más un premio "p" cuyo signo depende del de la prima k:

$$E(r_D) \cong r_E - \{[TC(0;1)/TC(0;0)] - 1\} + p \quad (32)$$

Ejercicio 8: Supóngase un potencial inversor argentino en un bono cero cupón en dólares que vence dentro de seis meses y promete una rentabilidad del 6% nominal anual. En la fecha el precio del dólar es 0,994$/u$s y el del futuro a 6 meses es 0,992$/u$s. En estas condiciones se desea pronosticar la rentabilidad esperada en pesos de la inversión: i) en la hipótesis que el tipo de cambio de contado esperado para dentro de 6 meses coincide con el tipo futuro (neutralidad ante el riesgo de cambio), y ii) si se espera que el precio del dólar dentro de 6 meses será 0,995$/u$s.

3.3 Relación internacional entre tasas de interés y de inflación

Relaciones similares a las (17) y (18) de Fisher vinculan ex-ante, cualquiera sea el país, las tasas nominales con las tasas esperadas reales y de inflación. Si ahora se consideran las tasas nominales en el país del inversor r_D y en un país extranjero r_E, entonces deberán cumplir la relación:

$$1 + r_D = [1 + E(TRD)][1 + E(TID)] \quad (33)$$

$$1 + r_E = [1 + E(TRE)][1 + E(TIE)] \quad (34)$$

donde E(TRD) y E(TID) simbolizan las tasas esperadas real y de inflación doméstica, mientras que E(TRE) y E(TIE) representan las mismas tasas extranjeras.

Dividiendo miembro a miembro (34) por (33), se obtiene una relación que deberían verificar las tasas nominales, reales y de inflación de dos países:

$$\frac{1 + r_E}{1 + r_D} = \frac{[1 + E(TRE)][1 + E(TIE)]}{[1 + E(TRD)][1 + E(TID)]} \qquad (35)$$

Se verá a continuación que la denominada **relación internacional de Fischer** se refiere a la diferencial entre las tasas foránea y doméstica.

En efecto, restando miembro a miembro (33) de (34) resulta:

$$r_E - r_D = [1+E(TRE)][1+E(TIE)] - [1+E(TRD)][1+E(TID)]$$

$$r_E - r_D = [E(TIE)-E(TID)] + [E(TRE)-E(TRD)] + \\ + [E(TRE)E(TIE)-E(TRD)E(TID)] \qquad (36)$$

puesto que los productos que figuran en el tercer sumando de (57.4) son generalmente pequeños, pueden despreciarse a efectos de obtener la siguiente expresión aproximada:

$$r_E - r_D \cong [E(TIE)-E(TID)] + [E(TRE)-E(TRD)] \qquad (37)$$

Esta relación aproximada es bastante general y expresa que la diferencia entre las tasas extranjera y doméstica está determinada por las diferencias esperadas de inflación y de tasas reales. Dado que más adelante (véase ejemplo 26) se mostrará que, bajo ciertos supuestos, las tasas reales deberían ser aproximadamente iguales en todos los países, resulta la citada relación internacional de Fisher:

$$r_E - r_D \cong E(TIE) - E(TID) \qquad (38)$$

La fórmula (38) expresa que la diferencia entre la tasa foránea y doméstica puede ser explicada en forma aproximada por las diferentes expectativas acerca de las respectivas tasas de inflación en el período considerado.[15]

De la fórmula (35) se infiere que, bajo el supuesto de la igualdad de tasas reales, la relación exacta es :

$$\frac{1 + r_E}{1 + r_D} = \frac{1 + E(TIE)}{1 + E(TID)} \qquad (39)$$

[15] Véase Solnik, Bruno, Inversiones Internacionales, Segunda edición, Addison-Wesley Iberoamericana, USA, 1993, pag.5

3.4 Relación entre tasas de inflación y tipos de cambio

La aproximada igualdad entre las tasas reales en los distintos países a que se hizo referencia, es una conocida relación teórica que los economistas denominan **Relación de Paridad del Poder de Compra (Purchasing Power Parity).** Su fundamento se basa en que si tanto los mercados financieros como los de bienes fueran internacionalmente eficientes, entonces una misma canasta de bienes debería tener el mismo valor en cualquier lugar del mundo. Por supuesto que ello requiere condiciones ideales de comercio libre sin fricciones (impuestos, normas de protección, etc.).

La paridad del poder de compra implica la necesidad de que los tipos de cambio y las tasas de inflación verifiquen la siguiente relación ex-post:

$$TC(1;1)/TC(0;0) = (1 + TIE)/(1 + TID) \qquad (40)$$

donde en el primer miembro se tiene el cociente entre los tipos de cambio de contado en los momentos t=0 y t=1, mientras que en el segundo miembro TIE y TID representan respectivamente las tasas de inflación extranjera y doméstica para el período que va de t=0 hasta t=1.

En el siguiente ejemplo se muestra que si no se cumple (40) entonces no se cumple la relación de paridad del poder de compra.

EJEMPLO 23: Supóngase que a fin de un determinado año (momento t=1) se sabe que la inflación del período fue del 1% en la Argentina y del 5% en EE.UU. A principio del año (t=0) el tipo de cambio de contado era TC(0;0)=1u$s/$. En la hipótesis de validez de la relación de paridad del poder de compra, un bien que en la Argentina costaba en ese entonces $10, debía costar u$s10 en EE.UU. En virtud de la inflación habida en cada país, el citado bien valía a fin del año $10,10 en Argentina y $10,50 en EE.UU. En esta situación, de la fórmula (40) se deduce:

$$TC(1;1)=[(1+TIE)/(1+TID)]x[TC(0;0)]=(1,05/1,01)x1=1,0396u\$s/\$$$

Si no se cumple (40) y TC(1;1) es distinto de 1,0396u$s/$ entonces no se mantiene, según se había anticipado, la paridad del poder de compra. En efecto, la única forma en que es indiferente comprar en t=1 el mencionado bien en cualquiera de los países es que sea equivalente un precio de $10,10 en Argentina a uno de u$s 10,50 en EE.UU. Esto sólo es posible si el tipo de cambio es TC(1;1)=1,0396u$s/$, pues $10,10x1,0396u$s/$=u$s10,50. Puede probarse que si no se verifican estas relaciones entonces, en las condiciones de las hipótesis, es posible arbitrar.

En el ejemplo anterior se utilizó (40) como una relación derivada de la de paridad del poder de compra y se mostró su validez ex-post. En el proceso de toma de decisiones financieras sería sumamente útil una relación similar, pero ex-ante. En ese caso, un inversor que tiene hoy (t=0) un horizonte de planeamiento de un período (hasta t=1), conoce el tipo de cambio de contado TC(0;0) vigente en la fecha y desconoce tanto el tipo de contado TC(1;1) que regirá en t=1 como las tasas de inflación doméstica y foránea del período (TID y TIE). Es por ello que, si se acepta la extensión de (40) al escenario ex-ante, tomaría la forma de:

$$E[TC(1;1)]/TC(0;0) = [1+E(TIE)]/[1+E(TID)] \qquad (41)$$

En esta situación, (41) proporciona una manera de pronosticar el tipo de contado que regirá dentro de un período, supuesto que se tienen buenas estimaciones de las futuras tasas de inflación.

EJEMPLO 24: En una determinada fecha t=0 el tipo de cambio de contado es de 1,0060 dólares por cada peso, TC(0;0)=1,0060u$s/$, y las tasas anuales de inflación esperadas para la Argentina y Estados Unidos son del 0,5% y 4% respectivamente. En estas condiciones un operador que acepte la validez de la relación de paridad del poder de compra, pronosticaría que el tipo de cambio de contado para dentro de un año (t=1) será de 1,0410 dólares por cada peso. En efecto, de (41) se deduce:

$$\begin{aligned} E[TC(1;1)] &= \{[1+E(TIE)]/[1+E(TID)]\}TC(0;0)= \\ &= [(1,04)/(1,005)](1,006) = 1,0410u\$s/\$ \end{aligned}$$

En lugar de estimar el valor absoluto, como se hizo en el ejemplo 24, es corriente tratar de estimar la variación porcentual o relativa esperada del tipo de cambio de contado. Formalmente el incremento relativo del tipo de cambio puede determinarse a partir de (41). En efecto, si se denomina

$$\Delta TC(0;1) = TC(1;1)-TC(0;0)$$

al incremento absoluto del tipo de cambio en el período que va de t=0 a t=1, entonces el correspondiente incremento relativo será

$$\Delta TC(0;1)/TC(0;0) = [TC(1;1)-TC(0;0)]/TC(0;0),$$

y su valor esperado

$$\begin{aligned} E[\Delta TC(0;1)/TC(0;0)] &= \{E[TC(1;1)]-TC(0;0)\}/TC(0;0) = \\ &= \{E[TC(1;1)]/TC(0;0)\} - 1 \end{aligned}$$

reemplazando en base a (41) en el segundo miembro resulta finalmente que el valor esperado de la variación porcentual del tipo de cambio para el próximo período puede expresarse como:

$$E[\Delta TC(0;1)/TC(0;0)] = \{[1+E(TIE)]/[1+E(TID)]\} - 1 \qquad (42)$$

En la práctica suele utilizarse en lugar de la fórmula exacta (42) la aproximación lineal:

$$E[\Delta TC(0;1)/TC(0;0)] \cong E(TIE) - E(TID) \qquad (43)$$

En efecto, realizando pasajes de términos en (42) se obtiene

$$\{1+E[\Delta TC(0;1)/TC(0;0)]\}\{1+E(TID)\} = 1+E(TIE)$$

y haciendo las multiplicaciones resulta

$$1+E(TID)+E[\Delta TC(0;1)/TC(0;0)]+\{E[\Delta TC(0;1)/TC(0;0)]\}\{E(TID)\} = 1+E(TIE)$$

finalmente, simplificando algunos términos y despreciando el último sumando del primer miembro que generalmente no es muy significativo por ser el producto de dos números pequeños, se obtiene la aproximación mencionada.

La fórmula (43) muestra que, bajo los supuestos mencionados, la variación relativa esperada en el tipo de cambio es aproximadamente igual a la diferencia entre las tasas esperadas de inflación extranjera y local. La aproximación es tanto mejor cuanto menores sean las tasas de inflación esperada.

EJEMPLO 25: Retomando el ejemplo anterior resulta que la variación porcentual esperada **exacta** en el tipo de cambio es, de acuerdo a (42):

$$E[\Delta TC(0;1)/TC(0;0)] = [(1+0{,}04)/(1+0{,}005)]-1 = 0{,}0348 \ (3{,}48\%)$$

valor que puede verificarse por cálculo directo:

$$\{E[TC(1;1)]-TC(0;0)\}/TC(0;0)=(1{,}0410-1{,}0060)/1{,}0060=0{,}0348$$

En cambio, si se utiliza la fórmula **aproximada** (43), se obtiene:

$$E[\Delta TC(0;1)/TC(0;0)] \cong 0{,}04 - 0{,}005 = 0{,}035 \cong 0{,}0348$$

3.5 Gestión de carteras internacionales

Las anteriores consideraciones permiten deducir algunas consecuencias útiles para la administración de carteras internacionales. Así por ejemplo, si se cumplen las hipótesis oportunamente establecidas, entonces la relación de paridad del poder de compra implica que, si bien los rendimientos nominales de una inversión en un activo extranjero son distintos según que se los mida en moneda extranjera o local, resultan ser iguales en ambas monedas cuando se los considera en términos reales. Asimismo, si la relación de paridad del poder de compra tiene validez empírica, entonces las diferencias en las tasas nominales de rentabilidad son originadas por las diferentes tasas de inflación, y los tipos de cambio sólo se ajustan de modo tal que se cumpla la igualdad de tasas reales, según se puede ver en el siguiente ejemplo:

EJEMPLO 26: Un inversor argentino debe estimar ex-ante, en el escenario del ejemplo 24, la rentabilidad de una inversión en un bono cero cupón, calificado AAA, emitido por una corporación norteamericana, que vence dentro de un año. El valor nominal es de u$s 120 y hoy lo puede comprar a u$s 100.

La rentabilidad nominal esperada en dólares es del 20%. En efecto:

TASA NOMINAL ESPERADA EN DOLARES = $E(r_E)$ = (120/100)-1 = 0,20 es decir 20% en dólares.

Para estimar la rentabilidad esperada de la operación en moneda local (pesos), deben calcularse el precio de compra y el valor nominal del bono en pesos:

PRECIO COMPRA ($) = PRECIO COMPRA (u$s) / TC(0;0) =

$$= \text{u\$s } 100 * \frac{1}{1{,}006} * \frac{\$}{\text{u\$s}} = \$99{,}4036$$

VALOR NOMINAL ($) = VALOR NOMINAL (u$s) / E[TC(1;1)] =

$$= \text{u\$s } 120 * \frac{1}{1{,}041} * \frac{\$}{\text{u\$s}} = \$115{,}2738$$

y finalmente, la tasa nominal de rentabilidad esperada en moneda doméstica es:

TASA NOMINAL ESPERADA EN PESOS = $E[r_D)$ =(115,2738/99,4036)-1= = 0,1597 (15,97%)

Es dable observar que los rendimientos nominales esperados son distintos debido a las distintas tasas de inflación esperada (véase ejemplo 24). Pero si ahora se calculan las tasas de rentabilidad **reales** en ambas monedas, en virtud de la Relación de Fisher (18) se tiene, utilizando las fórmulas (33) y (34):

$$E(TRE) = \{[1+E(r_E)]/[1+E(TIE)]\} - 1 = (1{,}20/1{,}04) - 1 = \\ = 0{,}1538 \text{ (15,38\% en dólares)}$$

$$E(TRD) = \{[1+E(r_D)]/[1+E(TID)]\} - 1 = (1{,}1597/1{,}005) - 1 = \\ = 0{,}1539 \text{ (15,39\% en pesos)}$$

Tal como se había anticipado, y a pesar de la pequeña diferencia debida al redondeo de decimales, se observa que el inversor estimará, en los supuestos de la relación de paridad del poder de compra, que los rendimientos reales esperados son iguales.

La validez de esta relación también puede comprobarse mediante las ya citadas aproximaciones lineales que se derivan de (17).

$$E(r_E) \cong E(TRE) + E(TIE) \quad \text{y} \quad E(r_D) \cong E(TRD) + E(TID)$$

$$20{,}00\% \cong 15{,}38\% + 4{,}00\% \quad \text{y} \quad 15{,}97\% \cong 15{,}39\% + 0{,}50\%$$

Las fórmulas (36) y (38) pueden usarse para estimar la diferencia esperada entre las tasas nominales extranjera y local. El valor exacto se estima mediante (36):

$$E(r_E) - E(r_D) = 0{,}2000 - 0{,}1597 = 0{,}0403 = \\ = (0{,}04-0{,}005)+(0{,}1538-0{,}1539)+(0{,}1538 x 0{,}04-0{,}1539 x 0{,}005)$$

La relación (38) sacrifica precisión en aras de la sencillez, al tomar como origen de la diferencia entre las tasas nominales sólo la disimilitud entre las tasas de inflación esperadas:

$$E(r_E) - E(r_D) \cong 0{,}0400 - 0{,}0050 = 0{,}0350$$

En resumen, si se aceptan todos los supuestos mencionados (neutralidad ante el riesgo de cambio, validez de la relación de paridad del poder de compra, igualdad de tasas reales en los distintos países, etc., que no son todos independientes entre sí) entonces, en una primera aproximación, las relaciones expuestas en este apartado pueden sintetizarse en las siguientes igualdades aproximadas, que pueden deducirse a partir de las fórmulas (29), (38) y (43):

$$r_E - r_D \cong E(TIE) - E(TID) \cong$$

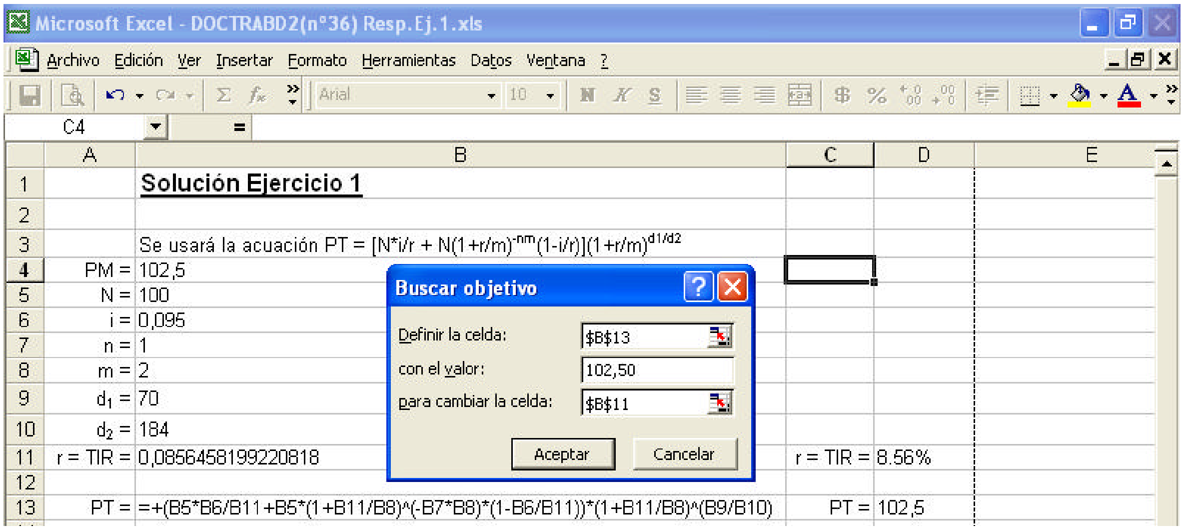
$$\cong E[\Delta TC(0;1)/TC(0;0)] \cong [TC(0;1)/TC(0;0)] - 1$$

Debe tenerse especial cuidado al utilizar estas relaciones en la toma de decisiones, por cuanto su validez empírica es hoy discutida por los académicos. Sin embargo ellas pueden proporcionar una buena primera aproximación para realizar pronósticos prácticos y razonables.[16]

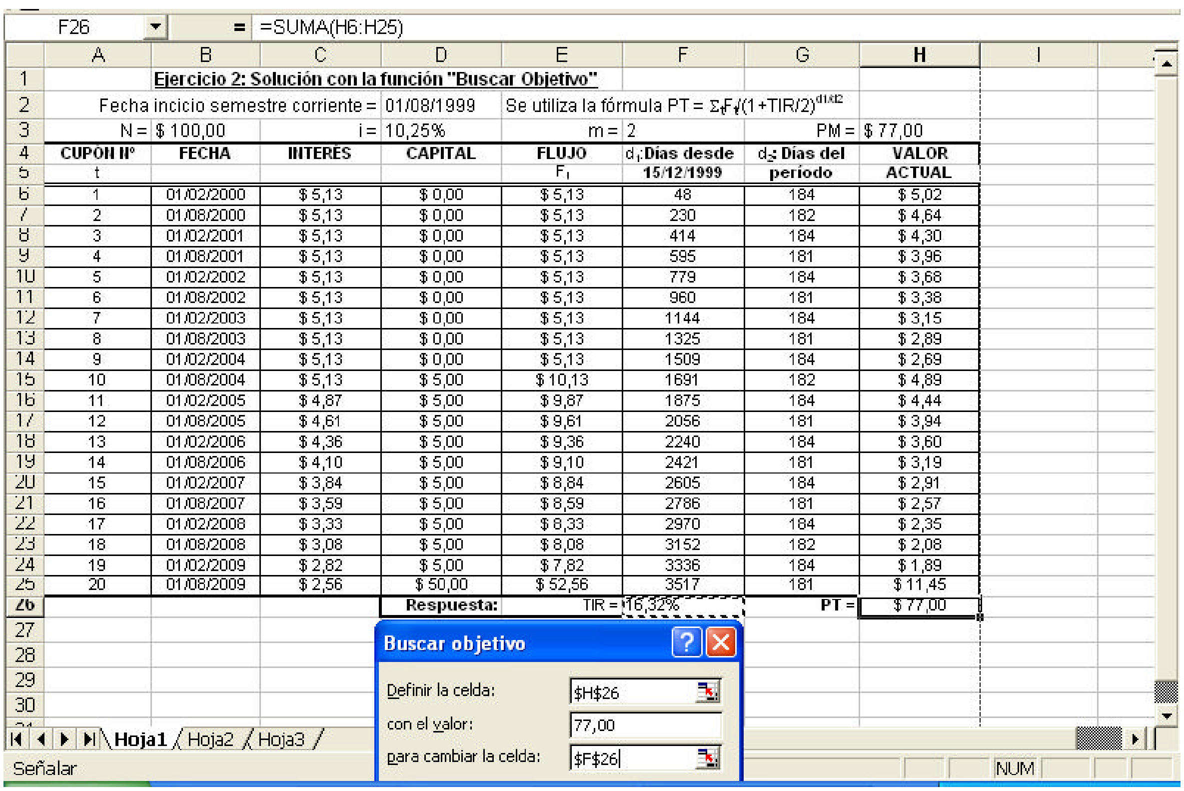
[16] Brealey, Richard A. y Myers, Stewart, Principios de Finanzas Corporativas, Cuarta Edición, McGraw-Hill, Madrid, 1993, pág. 1049 y sig.

4 Soluciones de los Ejercicios

Ejercicio 1

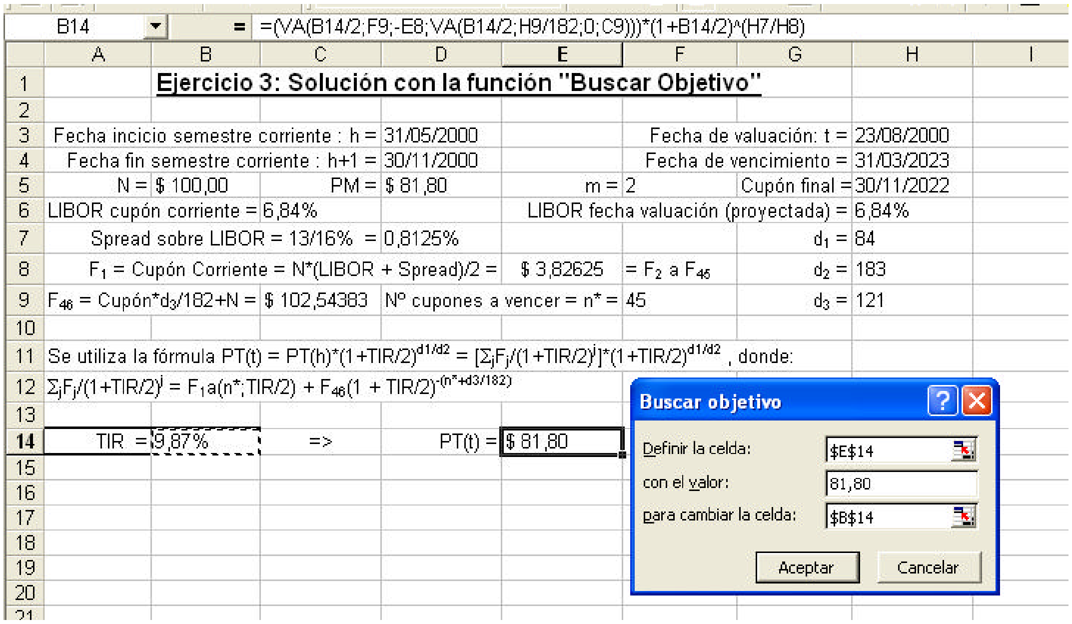


Ejercicio 2



CUPON N° t	FECHA	INTERES	CAPITAL	FLUJO F_t	d_1: Días desde 15/12/1999	d_2: Días del período	VALOR ACTUAL
1	01/02/2000	$ 5,13	$ 0,00	$ 5,13	48	184	$ 5,02
2	01/08/2000	$ 5,13	$ 0,00	$ 5,13	230	182	$ 4,64
3	01/02/2001	$ 5,13	$ 0,00	$ 5,13	414	184	$ 4,30
4	01/08/2001	$ 5,13	$ 0,00	$ 5,13	595	181	$ 3,96
5	01/02/2002	$ 5,13	$ 0,00	$ 5,13	779	184	$ 3,68
6	01/08/2002	$ 5,13	$ 0,00	$ 5,13	960	181	$ 3,38
7	01/02/2003	$ 5,13	$ 0,00	$ 5,13	1144	184	$ 3,15
8	01/08/2003	$ 5,13	$ 0,00	$ 5,13	1325	181	$ 2,89
9	01/02/2004	$ 5,13	$ 0,00	$ 5,13	1509	184	$ 2,69
10	01/08/2004	$ 5,13	$ 5,00	$ 10,13	1691	182	$ 4,89
11	01/02/2005	$ 4,87	$ 5,00	$ 9,87	1875	184	$ 4,44
12	01/08/2005	$ 4,61	$ 5,00	$ 9,61	2056	181	$ 3,94
13	01/02/2006	$ 4,36	$ 5,00	$ 9,36	2240	184	$ 3,60
14	01/08/2006	$ 4,10	$ 5,00	$ 9,10	2421	181	$ 3,19
15	01/02/2007	$ 3,84	$ 5,00	$ 8,84	2605	184	$ 2,91
16	01/08/2007	$ 3,59	$ 5,00	$ 8,59	2786	181	$ 2,57
17	01/02/2008	$ 3,33	$ 5,00	$ 8,33	2970	184	$ 2,35
18	01/08/2008	$ 3,08	$ 5,00	$ 8,08	3152	182	$ 2,08
19	01/02/2009	$ 2,82	$ 5,00	$ 7,82	3336	184	$ 1,89
20	01/08/2009	$ 2,56	$ 50,00	$ 52,56	3517	181	$ 11,45
			Respuesta:	TIR =	16,32%	PT =	$ 77,00

Ejercicio 3



Ejercicio 4

Considere dos o más bonos cualesquiera y calcule el promedio de sus TIR. Luego plantee el conjunto de flujos de fondos que originaría la compra de un portafolio constituido por todos esos bonos y calcule su TIR.

Ejercicio 5

a) 9,95%   b) 8%

Ejercicio 6

Por cada $100 de valor nominal resulta:
VFcupones = $25,87 ; Precio Venta estimado = $ 109,85 ;
Precio Compra = $ 82,84 => TIREP = 17,15% nominal anual

Ejercicio 7

r_E = 4,60% nominal anual

Ejercicio 8

A efectos de resolver el problema en el caso i) se utiliza la fórmula (28). A ese fin se requiere calcular previamente los tipos de cambio en base a los precios que se dan como datos (véase ejemplo 21):

TC(0;0) = 1/P(0;0) = 1/0,994 = 1,00604u$s/$

TC(0;1) = 1/P(0;1) = 1/0,992 = 1,00806u$s/$

Además, basándose en la información de la rentabilidad del 6% anual en dólares, se infiere que $r_E = 0,03$ semestral. Reemplazando en (28) resulta:

$E(r_D) = 1,03(1,00604/1,00806) - 1 = 0,02793$ semestral

o sea que se pronostica una rentabilidad del 5,586% nominal anual en pesos.

El cálculo aproximado con la fórmula (29) es:

$E(r_D) \cong 0,03 - [(1,00806/1,00604) - 1] = 0,03 - 0,00202 = 0,02798$ semestral y 5,597% nominal anual en pesos.

Nótese que el incremento del tipo de cambio pronosticado es, en este escenario, del 0,202% en un semestre.

En el supuesto ii) deben usarse las fórmulas (30) y (31) ó (32). A tal efecto es menester estimar el premio monetario "k" y luego el premio de tasa "p". De (25-b) se infiere que:

$$k = TC(0;1) - E[TC(1;1)] = 1,00806 - 1,00503 = 0,00304$$

y, en consecuencia:

$$p = k/TC(0;0) = 0,00304/1,00604 = 0,00302$$

Finalmente, usando (30):

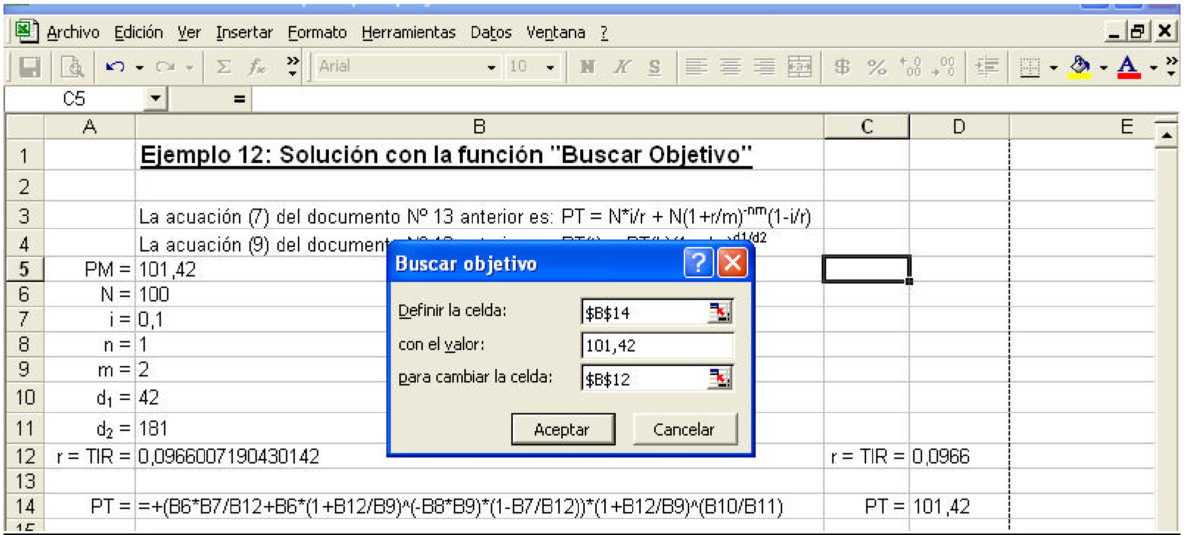
$E(r_D) = 1,03[1,00604/(1,00806-0,00304)] - 1 = 0,03104$ semestral y 6,207% nominal anual.

o bien reemplazando en (32):

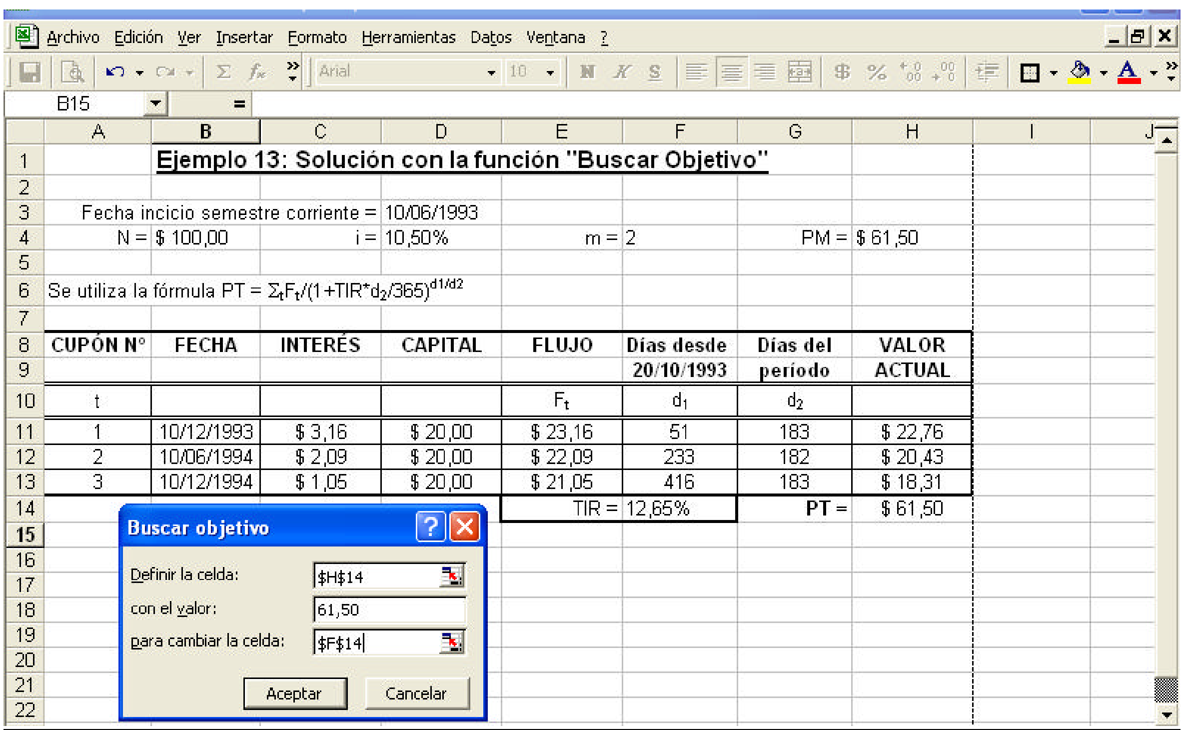
$E(r_D) \cong 0,02793 + 0,00302 = 0,03095$ semestral equivalente al 6,19% nominal anual.

5 Anexos

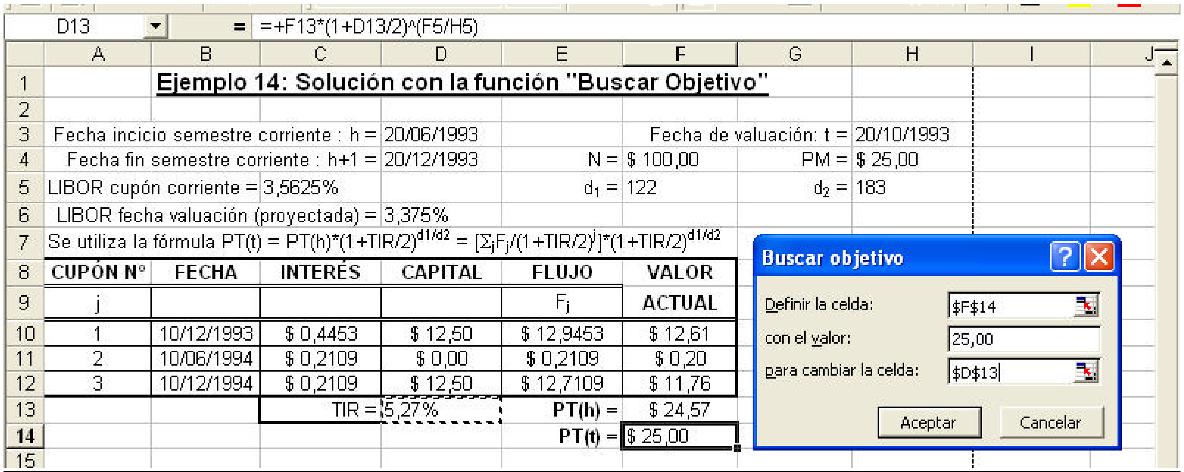
Anexo 1



Anexo 2



Anexo 3



D13 = =+F13*(1+D13/2)^(F5/H5)

Ejemplo 14: Solución con la función "Buscar Objetivo"

Fecha inicio semestre corriente : h = 20/06/1993 Fecha de valuación: t = 20/10/1993

Fecha fin semestre corriente : h+1 = 20/12/1993 N = $ 100,00 PM = $ 25,00

LIBOR cupón corriente = 3,5625% d_1 = 122 d_2 = 183

LIBOR fecha valuación (proyectada) = 3,375%

Se utiliza la fórmula $PT(t) = PT(h)*(1+TIR/2)^{d1/d2} = [\Sigma_j F_j/(1+TIR/2)^j]*(1+TIR/2)^{d1/d2}$

CUPÓN N°	FECHA	INTERÉS	CAPITAL	FLUJO	VALOR
j				F_j	ACTUAL
1	10/12/1993	$ 0,4453	$ 12,50	$ 12,9453	$ 12,61
2	10/06/1994	$ 0,2109	$ 0,00	$ 0,2109	$ 0,20
3	10/12/1994	$ 0,2109	$ 12,50	$ 12,7109	$ 11,76
		TIR =	5,27%	**PT(h) =**	$ 24,57
				PT(t) =	$ 25,00

6 Algunas referencias bibliográficas

Alvarez, V. A. y Fernández Molero, D., "Títulos de Deuda (Fixed Income Securities) Aspectos Básicos y Valuación", Documento de Trabajo Docente Nº 13, Cátedra Mercado de Capitales y Selección de Inversiones, Departamento de Administración, Universidad de San Andrés, Diciembre 2000.

Brealey, Richard A. y Myers, Stewart, Principios de Finanzas Corporativas, Cuarta Edición, McGraw-Hill, Madrid, 1993.

Fabozzi, Frank J., Bond Markets, Analysis and Strategies, 3rd ed., Prentice Hall Inc., U.S.A., 1996.

Fabozzi, Frank J., The Handbook of Fixed Income Securities, Third Edition - Business One Irwin, USA, 1991.

Fisher, Irving , Appreciation and Interest, N.Y.: Macmillan, 1896, p. 75-76, citado por Jack Clark Francis, Portfolio Analysis and Management, 5th. Edit., 1991, Mc Graw –Hill.

Kohn, Meir, Financial Institutions and Markets, Mc Graw-Hill, USA 1994

Messuti, D. J., Alvarez, V. A. y Graffi, H. R. , Selección de Inversiones - Introducción a la Teoría de la Cartera, Ed.. Macchi, Bs. As. 1992.

Solnik, Bruno, Inversiones Internacionales, Segunda edición, Addison-Wesley Iberoamericana, USA, 1993.

Van Horne, James C. , Financial Market Rates and Flows, Prentice Hall, New Jersey, 1990.